

**Siniša Subotić<sup>1</sup>**

NVO „Persona”,  
Banja Luka;  
CEON, Beograd

## PREGLED METODA ZA UTVRĐIVANJE BROJA FAKTORA I KOMPONENTI (U EFA I PCA)

Premda veoma popularna, faktorska analiza (i analiza glavnih komponenti) (pre)često je pogrešno korišten statistički postupak. Jedan od tipičnih izvora grešaka tiče se donošenja odluke o broju dimenzija koje treba zadržati. Lako su postupci za određenje ovog broja značajno uznapredovali, većina autora i dalje se pridržava zastarjelih i nepreciznih metoda, što kompromituje validnost istraživanja i usporava naučni razvoj. Ciljevi ovog rada su da na uzorku domaćih članaka utvrdi zastupljenost pojedinih metoda za utvrđivanje broja dimenzija i da prezentuje pregled tih metoda i ilustruje njihovu (ne)preciznost, uz prijedlog adekvatnijih postupaka. Nalazi evaluacije, sprovedene na domaćim člancima (dostupnim na internetu) i objavljenim od 1995. do polovine 2012. godine, u kojima su korištene faktorska ili analiza glavnih komponenti (139 članaka iz 25 časopisa), sugerisu da veliki procenat (29.50%) autora uopšte ne specifikuje metod za određenje broja dimenzija i da većina za ovo koristi demonstrabilno neprecizne postupke, poput Kaiser-Guttmanovog  $k.k. > 1$ , Cattelovog *scree* testa ili njihove kombinacije, pri čemu je najrobusniji postojeći postupak, paralelna analiza, samostalno ili u kombinaciji sa drugim postupcima, korištena u svega 5.03% slučajeva. Slijedeći ove nalaze i oslanjajući se na rezultate  $k.k. > 1$  postojećih sistematičnih simulacionih studija, dat je opsežan pregled paralelne analize,  $k.k. > 1$  pravila, *scree* test, MAP i Hull postupaka i prikazano je nekoliko primjera koji na „minimalno tehnički način“ demonstriraju neefikasnost najpopularnijih postupaka i ukazuju na robusnije alternative. Na kraju, date su i preporuke za primjenu i kombinovanje postupaka za određenje broja faktora i komponenti, sa akcentom na paralelnu analizu Likertovih ajtema.

<sup>1</sup> Adresa autora:  
sinisasub@gmail.com

Primljeno: 10. 01. 2013.

Primljena korekcija:  
30. 08. 2013.

Prihvaćeno za štampu:  
02. 09. 2013.

**Ključne riječi:** paralelna analiza, Kaiser-Guttmanovo pravilo, *scree* test, MAP, Hull

Eksplorativna faktorska analiza (*Exploratory Factor Analysis – EFA*), zajedno sa svojom „mladom sestrom” – analizom glavnih komponenti (*Principal Component Analysis – PCA*),<sup>2</sup> široko je primjenjivano oruđe u velikom broju naučnih disciplina (Brown, 2006; Reyment & Jöreskog, 1996), naročito u društvenim naukama (Costello & Osborne, 2005), uzimajući često centralnu ulogu u inicijalnim fazama konstrukt validacije (Brown, 2006; Steger, 2006). Uprkos popularnosti, EFA se veoma često pogrešno koristi (Costello & Osborne, 2005; Fabrigar et al., 1999; Norris & Lecavalier, 2010). Za ovo postoji više potencijalnih razloga, od kojih se naročito izdvajaju tri (Fabrigar et al., 1999): 1) istraživači su nedovoljno i pogrešno informisani o upotrebi faktorske analize, za šta djelimična odgovornost leži i u kompleksnosti dostupne literature; 2) istraživači se rukovode tradicijom, trudeći se da analize sprovedu na načine koji su ranije upotrebljavani (zbog želje za direktnom komparabilnošću sa prethodnim nalazima, zbog izbjegavanja „poteškoće sa recenzentima”, zbog vjerovanja da procedura mora da je ispravna kada je toliko drugih ljudi koristi itd.); 3) popularni statistički programi imaju relativno loše implementacije EFA.

EFA/PCA podrazumijeva veći broj koraka (Comrey, 1978; Costello & Osborne, 2005; Fabrigar et al., 1999; Gorsuch, 1983; Lee & Ashton, 2007; Preacher & MacCallum, 2003; Tabachnick & Fidell, 2007; Velicer & Fava, 1998) i konsekventnih odluka od kojih zavisi adekvatnost analize. Jedna od najvažnijih, a istovremeno i najneispravnije sprovođenih, jeste odluka o određenju broja dimenzija koje treba zadržati u analizi (Comrey, 1978; Fabrigar et al., 1999; Fava & Velicer, 1992; Lorenzo-Seva, Timmerman, & Kiers, 2011; O'Connor, 2000; Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011; Zwick & Velicer, 1986). Greške u ovom pogledu mogu se manifestovati kao *podfaktoranje* (zadržavanje manjeg broja dimenzija od stvarnog) i *prefaktoranje*<sup>3</sup> (zadržavanje većeg broja dimenzija od stvarnog). Podfaktoranje se uglavnom smatra ozbiljnijim propustom od prefaktoranja (Fava & Velicer, 1992), pošto je gubitak informacija nakon podfaktoranja hipotetski veći od greške koja se dodaje prefaktoranjem. Podfaktoranje takođe dovodi do javljanja artificijelno kompleksnih (i često neinterpretabilnih) dimenzija (Comrey, 1978), nastalih „prisilnom“ agregacijom više dimenzija u jednu.

Svrha ovog rada je dvojaka. Prvo, utvrdiću koji postupci za određenje broja dimenzija su najfrekventniji u „domaćim“ člancima. Drugo, pored opisa i objašnjenja najpoznatijih postupaka, formiraću i prikazati više primjera, koji, u skladu sa modernim saznanjima i preporukama iz literature, ali bez previše tehničkih detalja, ilustruju (ne)preciznost najpopularnijih kriterijuma i ukazuju na optimalne alternative i načine njihove implementacije.

<sup>2</sup> EFA i PCA imaju sličnosti i razlike koje nisu u fokusu ovog rada i zahtijevaju zasebna razmatranja (pogledati npr.: Fabrigar, Wegener, MacCallum, & Strahan, 1999; Gorsuch, 1990; Snook & Gorsuch, 1989; Velicer & Jackson, 1990a, 1990b), te usprkos popularnoj upotrebi, termini *faktor* i *komponenta* nisu sinonimi, iako postoje mnoge sličnosti u postupcima za određenje njihovog broja. U nastavku teksta, termin *dimenzija* upotrebljavaču kao zajedničku oznaku i za faktore i za komponente.

<sup>3</sup> U širem smislu, prefaktoranje i podfaktoranje odnose se i na faktore i na komponente.

## Pregled popularnih kriterijuma za određenje broja faktora i komponenti

### K1 pravilo

K1 (poznato i kao Kaiserovo pravilo, Kaiser-Gutmannovo pravilo, karakteristični korijen/svojstvena vrijednost (*eigenvalue*) veći od 1.0, skr. k.k. > 1.0) najpoznatiji je kriterijum za određenje broja dimenzija u EFA/PCA (Costello & Osborne, 2005; Fabrigar et al., 1999; Norris & Lecavalier, 2010) i podrazumijevana je prva opcija u većini popularnih statističkih programa. Ovo pravilo razvijeno je u okviru komponentnog modela i sugerije da *samo komponente sa k.k. > 1.0 treba zadržati u analizi*, pretpostavljajući da komponente koje objašnjavaju manje varijanse od jedne individualne varijable nisu od koristi (vidjeti Cliff, 1988). K1 počiva i na nekolicini drugih premisa (Guttman, 1954; Kaiser, 1960) koje su u međuvremenu matematički opovrgnute ili su proglašene nerealističnim (Cliff, 1988).

Uprkos popularnosti, evaluacije ukazuju na to da je K1 izuzetno neprecizan postupak. Zwick i Velicer (Zwick & Velicer, 1986) sprovode opsežnu simulaciju koja pokazuje da ovo pravilo u 100% slučajeva snažno precjenjuje broj dimenzija (za 3 ili više) u uslovima nižih saturacija; precizno je u 43.8% slučajeva u uslovima viših saturacija, dok u preostalih 44.2% slučajeva i dalje precjenjuje broj (od čega je 43.3% precjenjivanje od 3 ili više dimenzije), pri čemu su performanse nešto manje loše na većim uzorcima.

### Scree test

Drugi popularni kriterijum je *scree test* (Cattell, 1966), koji podrazumijeva kalkulaciju karakterističnih korijena i njihovo ucrtavanje na koordinatni sistem, opadajućim redoslijedom. Istraživač, potom, sa grafika treba identifikovati *posljednji osjetni pad u vrijednostima*, tj. „tačku preloma“ nakon koje linija postaje relativno ravna. Zadržava se onaj broj dimenzija koji odgovara broju tačaka *prije preloma*. Međutim, problem nastaje kada se javi postepen pad od viših ka nižim vrijednostima, bez očiglednog preloma ili kada postoji više od jednog preloma. Istraživač se tada mora osloniti na „subjektivnu procjenu“, što je zapravo i glavna mana ovog kriterijuma. Zwick i Velicer (Zwick & Velicer, 1986) navode da pouzdanost *scree* testa varira od vrlo dobre do vrlo loše, dok sprovedena simulacija ukazuje da je postupak u cijelini precizan u 57% slučajeva, a kada nije precizan, uglavnom precjenjuje broj dimenzija (90% grešaka su precjenjivanja, ali rijetko veća od dvije dodatne dimenzije). Precizniji je u slučajevima viših saturacija, povećanje uzorka popravlja preciznost kod nižih saturacija, prisustvo uniknih varijabli je kvari, dok broj varijabli (i broj varijabli po komponenti) ne mijenja preciznost.

*Scree* test je komplementaran komponentnom modelu, ali se u praksi koristi i za utvrđivanje broja faktora. Pri tome se najčešće koriste k.k. iz nereduovane

(tj. polazne) korelace matrice (što je u skladu sa PCA paradigmom), iako bi, u slučaju procjene broja faktora, prikladnije bilo koristiti vrijednosti iz redukovane korelace matrice (dobijene nakon faktorizacije) (Fabrigar et al., 1999; Lorenzo-Seva et al., 2011).

## MAP

MAP (*Minimum Average Partial test*: Velicer, 1976) je metod zasnovan na matrići parcijalnih korelacija. Procedura podrazumijeva računanje prosječnog kvadrata parcijalnih korelacija reziduala (preostale, neobjašnjene varijanse) nakon ekstrakcije i parcijalizacije (tj. statističke kontrole doprinosa) određenog broja komponenti. Broj komponenti je optimalan kada je sva nerezidualna varijansa obuhvaćena ekstrahovanim komponentama, tj. kada je dostignut minimalni prosječni kvadrat parcijalne korelacije reziduala.

Simulacija Zwicka i Velicera (Zwick & Velicer, 1986) ukazuje da je MAP bolji od *scree* testa u određenju broja komponenti (67.5% nasuprot 41.7% u uslovima nižih, tj. 97.1% nasuprot 71.2% u uslovima viših saturacija), te da globalno daje procjene od  $\pm 1$  u intervalu od 78% (za niže saturacije) do 100% uspješnosti (za više saturacije). Kada grijesi, MAP u oko 90% grešaka podcjenjuje broj dimenzija, što je više izraženo u uslovima nižih saturacija i manjeg broja varijabli po komponenti.

Premda je formiran za potrebe utvrđivanja broja komponenti u PCA, logika MAP postupka uslovno je komplementarna i logici EFA. Kao takav, MAP postupak je uspješan u detekciji faktora u određenim okolnostima – i do 100% u slučajevima kada je broj varijabli po faktoru visok, a uzorci veći, iako je ukupna uspješnost oko 51% (Lorenzo-Seva et. al., 2011).

## Paralelna analiza

PA (Horn, 1965) je postupak koji počiva na pretpostavci da treba zadržati samo one dimenzije čiji su k.k. veći od k.k. koje je moguće dobiti na osnovu slučajnih podataka sa analognim karakteristikama (npr. isti broj varijabli i slučajeva). PA, dakle, uzima u obzir varijabilitet koji je rezultat specifičnosti uzorkovanja i može se posmatrati kao modifikacija, odnosno popravka K1 pravila, pošto pruža egzaktnu polaznu osnovu za eliminaciju dimenzija čija varijansa nije veća od one koja bi se očekivala kod nasumičnih podataka (kod kojih nikakve „stvarne“ dimenzije ne postoje). Sproveođenje PA podrazumijeva nekoliko koraka. Prvo se, na osnovu korelace matrice stvarnih podataka, izračunaju njihovi k.k. Nakon toga, simulira se  $K$  paralelnih setova slučajnih podataka i izračunaju se njihovi k.k. Na kraju, k.k. stvarnih podataka porede se sa korespondentnim k.k. tih slučajnih podataka (tj. prvi stvarni sa prvim slučajnim, drugi stvarni sa drugim slučajnim itd.). Zadržava se onoliki broj dimenzija koliko ima k.k. stvarnih podataka koji su veći od svojih slučajnih parnjaka.

S obzirom na to da PA, u praksi, podrazumijeva generisanje više paralelnih slučajnih setova ( $K > 1$ ), k.k. slučajnih podataka mogu se dobiti kao proste ari-

tmetičke sredine korespondentnih k.k. sa  $K$  slučajnih setova i ovo je poznato kao *kriterijum aritmetičke sredine (AS)*. Međutim, kako je utvrđeno da kriterijum *AS* ima izvjesnu tendenciju ka precjenjivanju broja dimenzija, više autora (vidjeti npr. Buja & Eyuboglu, 1992; Glorfeld, 1995) predložilo je alternativne, konzervativnije kriterijume, koji podrazumijevaju poređenje k.k. stvarnih podataka sa vrijednostima slučajnih podataka sa različitih percentila – najšire prihvaćen u praksi je *kriterijum 95. percentila* (tj. 95% kvantila) (Buja & Eyuboglu, 1992; Glorfeld, 1995). Opšta praksa obično podrazumijeva simultano razmatranje i *AS* i 95. percentila (ili rjeđe nekog drugog, npr. 90. ili 99. percentila).

Što se broja preporučenih paralelnih setova ( $K$ ) tiče, on varira od „nominalnih”  $K = 1$  (Horn, 1965), preko npr. bar  $K = 50$  (Hayton, Allen, & Scarpello, 2004; Zwick & Velicer, 1986), pa sve do  $K \geq 1000$  (Buja & Eyuboglu, 1992; O'Connor, 2000; Steger, 2006; Tran & Formann, 2009). Čini se da su preporuke o nižim vrijednostima  $K$  u prošlosti uglavnom bile rezultat teškoće izvođenja kalkulacija, što danas, u svjetlu rapidnog razvoja kompjuterske tehnologije i automatizacije računanja, više nije relevantan problem. Ipak, iako ne postoji eksplicitan empirijski koncenzus o optimalnoj veličini  $K$ , tentativno sugerisem da je 500–1000 paralelnih setova vjerovatno dovoljno za većinu praktičnih potreba.

Generisanje slučajnih paralelnih setova podrazumijevano se vrši imajući njihovu normalnu raspodjelu u vidu. Hipotetički gledano, ovo može biti problem u slučaju kada distribucija stvarnih podataka značajnije odstupa od normalne. Jedan od načina da se ovaj problem riješi jeste generisanje paralelnih setova na osnovu permutacija stvarnih podataka (npr. Buja & Eyuboglu, 1992), što osigurava da paralelni setovi zadrže iste distribucije kao i stvarni podaci (što predstavlja svojevrsnu neparametrisku verziju PA). Međutim, postoje indicije da je PA, zasnovana na normalno distribuiranim slučajnim varijablama, relativno robusna na odstupanja od normalnosti stvarnih varijabli (Buja & Eyuboglu, 1992; Dinno, 2009; Hayton, 2009; Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011), tako da permutacije najčešće nisu neophodne, osim možda u situacijama naglašenije zakriviljenosti, ali ovo pitanje još nije do kraja razriješeno. Timmerman i Lorenzo-Seva (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011) npr. pokazuju da u slučaju ordinalnih (npr. Likert) varijabli ne postoje velike razlike u solucijama koje podrazumijevaju normalno distribuirane paralelne setove i permutiranje stvarnih podataka.

Paralelna analiza zasnovana je na komponentnom modelu i premda se u praksi često koristi i za određenje broja faktora (Lorenzo-Seva et al., 2011; Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011), takva praksa nije nužno optimalna u konceptualnom smislu. Najpoznatiji pokušaj modifikacije PA u skladu sa EFA logikom izvršio je O'Connor (2000), zasnivajući je na metodu faktorizacije glavnih osa (PAF). Kasnije je utvrđeno da ovakva operacionalizacija pati od osjetne tendencije ka prefaktorsanju (Steger, 2006; Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011) i da je zapravo PCA implementacija optimalnija za određenje broja dimenzija i u PCA i u EFA (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011). Najnoviji pokušaj modifikacije PA u skladu sa faktorskim modelom preuzimaju Timmerman i Lorenzo-Seva (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011), zasnivajući je na faktorskoj analizi minimalnog ranga tj. MRFA (*Minimum*

*Rank Factor Analysis:* Ten Berge & Kiers, 1991) – ova operacionalizacija ispravlja nedostatke PA–PAF i simulacija koju autori sprovode sugerira veću preciznost čak i u odnosu na originalnu Hornovu (Horn, 1965) verziju, baziranu na PCA.

Postoje vrlo ubjedljivi nalazi u pogledu toga da su, u slučaju ordinalnih varijabli (npr. Likertove stavke), polihorične korelacije superiornije za potrebe faktorske analize od Pearsonove produkt-moment ( $r$ ) korelacijske, čak i u slučaju određene asimetričnosti distribucija (Holgado-Tello, Chacón-Moscoso, Barbero-García, & Vila-Abad, 2012). Performanse PA nad ordinalnim varijablama se uglavnom dodatno popravljaju u slučaju kalkulacija zasnovanih na polihoričnim i tetrahoričnim korelacionama (u odnosu na Pearsonove  $r$  i  $\Phi$  korelacijske), naročito u slučaju PA–MRFA operacionalizacije (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011). S druge strane, postoje nalazi koji sugeriraju da su Pearsonove  $r$  korelacijske u najmanju ruku ravnoopravne polihoričnim, bar kada je riječ o Hornovoj (Horn, 1965) PA (Cho, Li, & Bandalos, 2009; iako je ova studija ograničena na razmatranje samo simetričnih distribucija i nižih veličina uzorka, prim. aut). Dodatno, kada je riječ o procjeni (uni) dimenzionalnosti dihotomnih varijabli, čini se da, pod određenim okolnostima, Hornova (Horn, 1965) PA nije najoptimalnije rješenje (Tran & Formann, 2009); specifično, u situacijama više diskriminativnosti dihotomnih ajtema i većim uzorcima (npr.  $\alpha = 1.5$  i  $N = 1000$ ) ni tetrahorične, ni Pearsonove  $r/\Phi$  korelacijske ne popravljaju performanse PA, premda PA zasnovana na tetrahoričnim korelacionama pokazuje nešto veću preciznost. Međutim, pod drugim okolnostima, performanse PA nad dihotomnim stavkama su optimalne (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011; Tran & Formann, 2009), posebno u slučaju PA–MRFA operacionalizacije (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011).

Simulacije demonstriraju da je PA najprecizniji postojeći metod za utvrđivanje broja dimenzija u PCA (Zwick & Velicer, 1986), sa uspješnošću od oko 84.2% u uslovima nižih saturacija, pa sve do 99.6% u uslovima viših saturacija. Kada grijesi, PA uglavnom precjenjuje broj dimenzija (65% grešaka su precjenjivanja). Hornova (Horn, 1965) PA (uprkos konceptualnim razlikama) veoma je precizna i u određenju broja faktora – npr. Lorenzo-Seva et al. (2011) dobijaju zbirnu uspješnost od 81%, a slična efikasnost utvrđena je i u slučaju ordinalnih ajtema, pri čemu su performanse PA–MRFA bolje (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011) od Hornove (Horn, 1965) PCA implementacije. Treba, ipak, naglasiti da je opažen efekat izvjesne deterioracije performansi PA sa povećanjem veličine uzorka (Lorenzo-Seva et al., 2011; Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011; Tran & Formann, 2009), pri čemu je pad osjetno manji u slučaju PA–MRFA (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011). Čak i sa ovakvim padom, PA je i dalje superiorna opcija u odnosu na sve do sada opisane postupke.

## **Procjena na osnovu indikatora slaganja, tj. fita i Hull metod (Lorenzo-Seva et al., 2011)**

Ovo je grupa metoda koji se zasnivaju na logici faktorske analize i polaze od toga da hipotezirani model treba adekvatno da objašnjava kovarijanse među va-

rijablama i da se ovo može kvantifikovati preko različitih numeričkih pokazateљa – indikatora slaganja, odnosno fita. Iako su ovi indikatori češće upotrebljavani u okviru konfirmativne faktorske analize i strukturalnog modelovanja (Brown, 2006; Hooper, Coughlan, & Mullen, 2008; Hu & Bentler, 1998), moguća je i njihova primjena za potrebe procjene adekvatnosti eksplorativnog faktorskog rješenja. Simulacije sugeriraju da su performanse nekih popularnih indikatora poput hi-kvadrata (specifično: Bartlettov hi-kvadrat test) (Zwick & Velicer, 1986) ili informacijskih kriterijuma (AIC i BIC) (Lorenzo-Seva et al., 2011) uglavnom loše.

Utvrđujući okolnosti pod kojima indikatori RMSEA (korijen prosječne kvadrirane greške aproksimacije), SRMR (standardizovani korijen prosječnih kvadrata reziduala) i CFI (komparativni indeks fita) daju najoptimalnije procjene broja faktora i pridodajući im novi indeks fita – indeks objašnjene zajedničke varijanse (*Common part accounted for – CAF*), Lorenzo-Seva i saradnici (Lorenzo-Seva et al., 2011) implementiraju novi algoritam za određenje broja faktora – Hull metod. Specijalno kreiran za utvrđivanje broja faktora, Hull pokušava da identificuje model sa optimalnim balansom između fita i broja parametara. Kao gornju granicu broja faktora, Hull uzima rezultate PA +1, dok je minimalni broj dimenzija koje identificuje uvijek 1 (čak i kada je stvarni broj 0). Performanse SRMR indeksa bile su najlošije i on je izostavljen iz algoritma, te su zadržani samo CFI, CAF i RMSEA (a prva dva indeksa pokazala su najbolje performanse).

Hull metod naročito je precizan u situacijama u kojima je broj varijabli po faktoru visok (i performanse mu se popravljaju sa porastom veličine uzorka), a u cijelini je pokazao uspješnost detekcije broja faktora između 85% i 94% (Lorenzo-Seva et al., 2011), nadmašivši tako performanse Hornove (Horn, 1965) PA (direktne komparacije sa PA-MRFA za sada nisu učinjene). Hull je, uz funkciju koja automatski predlaže optimalan indeks fita u zavisnosti od parametara analize, uključen u najnovije verzije programa FACTOR (Lorenzo-Seva & Ferrando, 2006).

## Metod

### Prikupljanje podataka za evaluaciju članaka

U cilju utvrđivanja popularnosti postupaka za određenje broja dimenzija u EFA i PCA, izvršio sam pregled analizu „domaćih“ naučnih članaka, dostupnih na portalu SCIndeksu (<http://scindeks.ceon.rs/>; videti Šipka, 2005), uz dodatak članaka iz časopisa *Primenjena psihologija* (<http://primenjena.psihologija.edu.rs/>). Članke sa SCIndeks baze odabrao sam na osnovu pretrage riječi faktorska analiza/factor analysis i analiza glavnih komponenti/principal component analysis, dok sam članke iz *Primenjene psihologije*, zbog izostanka automatske pretrage, selektovao ručno. U analizu su ušli radovi iz svih naučnih disciplina, dostupni u punom tekstu, u kojima je korištena EFA/PCA, a nakon eliminacije članaka u kojima se autori samo pozivaju na nalaze eksternalnih EFA/PCA ili u kojima je PCA korištena samo u cilju svođenja skorova na tzv. prvu glavnu komponentu.

Koristeći opisanu proceduru, identifikovao sam ukupno  $N = 139$  članaka (iz  $N = 25$  časopisa, od čega je 40.3% *Psihologija*, 15.8% *Primenjena psihologija*, 8.6% *Pedagoška stvarnost*), objavljenih u periodu od 1995. do polovine 2012. godine (od čega je najveći procenat, njih 16.5%, objavljeno 2008. godine).

Učestalost upotrebe pojedinih postupaka za određenje broja dimenzija utvrdiоao sam manuelnim prebrojavanjem, a pored toga, u cilju dobijanja potpunijeg konteksta, evidentirao sam i metode ekstrakcije (npr. PCA ili neki od EFA ekstraktora), vrste rotacije, adekvatnost prikaza rezultata EFA/PCA (adekvatan – podrazumijeva prikazivanje faktorskih matrica i minimum drugih neophodnih informacija, poput % varijanse, eventualne interkorelacija dimenzija i slično) i adekvatnost korištene terminologije (npr. da li su EFA i PCA, tj. faktor i komponenta neprimjereno korišteni kao sinonimi).

## **Simulacija i odabir ilustrativnih primjera**

U cilju ilustracija uspješnosti različitih postupaka za određenje broja dimenzija, generisao sam više simuliranih matrica podataka. Simulacije je moguće izvršiti slijedeći procedure iz sistematičnih studija na ovu temu (npr. Lorenzo-Seva et al., 2011; Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011; Zwick & Velicer, 1986), a postoje i razrađeni statistički paketi koji omogućavaju lako generisanje koreacionih matrica i EFA/PCA solucija (npr. R paket „Psych”, Revelle, 2012). Međutim, kako je u ovom slučaju svrha bila generisanje ilustrativnih podataka koji poštuju vrlo specifične kriterijume, uključujući i vizuelnu upečatljivost *scree* test reprezentacije, generisanje podataka vršio sam djelimično induktivno, tj. formirajući apriornu koreacionu matricu sa željenim svojstvima (broj varijabli i varijabli šuma, visine korelacija, broj faktora itd., a u skladu sa opštim principima i nalazima opisanim u prethodno citiranim simulacijama); oko te matrice bih onda centrirao set semi-slučajnih (normalno distribuiranih, racio) varijabli, upotrebom Cholesky dekompozicije (vidjeti npr. Bock & Krischer, 1999). Proceduru bih ponavljao više puta, varirajući parametre unutar dozvoljenih intervala dok ne bih dobio vizuelno najupečatljiviji dijagram, pogodan za potrebe željene ilustracije (a koji pri tome ima sva apriorno očekivana svojstva).

Pored simuliranih, koristio sam i primjer zasnovan na stvarnim podacima koji podrazumijeva matricu ordinalnih varijabli (5-stepena Likert skala), dobijenu zadavanjem BFI-44 (John, Naumann, & Soto, 2008) inventara ličnosti.

## **Obrada podataka**

Većinu analiza vršio sam u programima FACTOR verzija 8.1 (Lorenzo-Seva & Ferrando, 2006), ViSta verzija 7.9.2.5 (Ledesma & Valero-Mora, 2007) i R verzija 2.14.1 (R Development Core Team, 2005) a uvažavajući i opštu logiku O'Connorovih (O'Connor, 2000) implementacija.

U svim primjerima, simultano sam primjenjivao sve postupke za provjeru dimenzionalnosti opisane u uvodu (K1, *scree* test, MAP, Hull, Hornova PA zasnovana

na PCA, PA zasnovana na PAF i PA zasnovana na MRFA). U slučaju svih PA implementacija, primjenjivao sam i generaciju normalno distribuiranih paralelnih setova i permutacije podataka (u oba slučaja implementirao sam opcije sa  $K = 500$  i  $K = 1000$  generisanih setova, a probno i višestruko veći  $K$ ), kao i AS i kriterijum 95. percentila.<sup>4</sup> U slučaju Hull (Lorenzo-Seva et al., 2011) postupka, prepuštao sam algoritmu da sam izabere najoptimalniji indeks, nakon čega bih ponovio analizu i sa manuelnim odabirom preostala dva indeksa.

## Rezultati

### Učestalost upotrebe postupaka za određenje broja dimenzija u naučnim čancima

Rezultati deskriptivne analize popularnosti metoda za određenje broja dimenzija u PCA i EFA u domaćim čancima dati su u Tabeli 1. Ne računajući slučajevne nespecifikacije, K1 i scree test nisu korišteni u svega 7.91% slučajeva, pri čemu su precizniji postupci, poput PA i MAP (u različitim kombinacijama) korišteni u svega 5.76% slučajeva. Postoji niska (Cohen, 1992) negativna korelacija između godine objavljanja članka i učestalosti nespecifikovanja kriterijuma odabira broja dimenzija ( $tb = -.19, p = .008$ ), kao i niska (Cohen, 1992) pozitivna korelacija između učestalosti upotrebe paralelne analize i godine objave ( $tb = .17, p = .010$ ), dok preostali kriterijumi ne koreliraju sa godinom objavljanja.

Kada je o drugim parametrima analize riječ, 77% radova koristi PCA, 15.1% ne specifikuje metod ekstrakcije, 6.5% koristi neki od EFA metoda, dok 1.4% kombinuje PCA i EFA. Rotacije: 46% kosougle (od čega 64.1% promax), 23.7% varimax, 18% nespecifikovana rotacija, u 7.9% slučajeva rotacija nije bila potrebna (ekstrahovana je samo jedna dimenzija), 2.2% kombinuje ortogonalne i kose rotacije, 2.2% bez rotacije (iako je rotacija bila potrebna). Ne daje cjelovit prikaz rezultata analize 20.1% radova. Neadekvatnu terminologiju koristi 69.1% radova, 12.9% adekvatnu, a u 18% slučajeva nije bilo moguće precizno utvrditi (ne)adekvatnost terminologije.

<sup>4</sup> U svim primjerima PA je dala identične rezultate i na osnovu kriterijuma AS i 95. percentila, kao i na osnovu slučajne generacije i permutacije podataka, tako da te nalaze nisam odvojeno prikazivao. Takođe, povećanje  $K$  preko 500 nije rezultovalo nikakvim promjenama u stepenu preciznosti.

Tabela 1

Deskriptivni pokazatelji popularnosti metoda za određenje faktora i komponenti

Kriterijum za određenje broja dimenzija	f	%	Dodatne informacije
Nespecifikovano	41	29.50	
K1	35	25.18	$f = 2$ K1 se implicitno podrazumijeva
K1 + scree test	23	16.55	
scree test	15	10.79	
Pragmatični (npr. interpretabilnost)	11	7.91	od čega je $f = 5$ pragmatični kriterijum + K1 + scree test, $f = 2$ pragmatični kriterijum + scree test
Paralelna analiza (PA)	7	5.03	$f = 2$ PA + K1, $f = 3$ PA (od čega je $f = 2$ PA-MRFA), $f = 1$ PA + MAP, $f = 1$ PA + scree test
Apriorni	5	3.60	$f = 2$ fiksni % varijanse, $f = 2$ na osnovu ranijih istraživanja, $f = 1$ na osnovu cluster analize,
Indikatori uklapanja	1	0.72	$f = 1$ RMSEA
K1 + scree test + MAP	1	0.72	

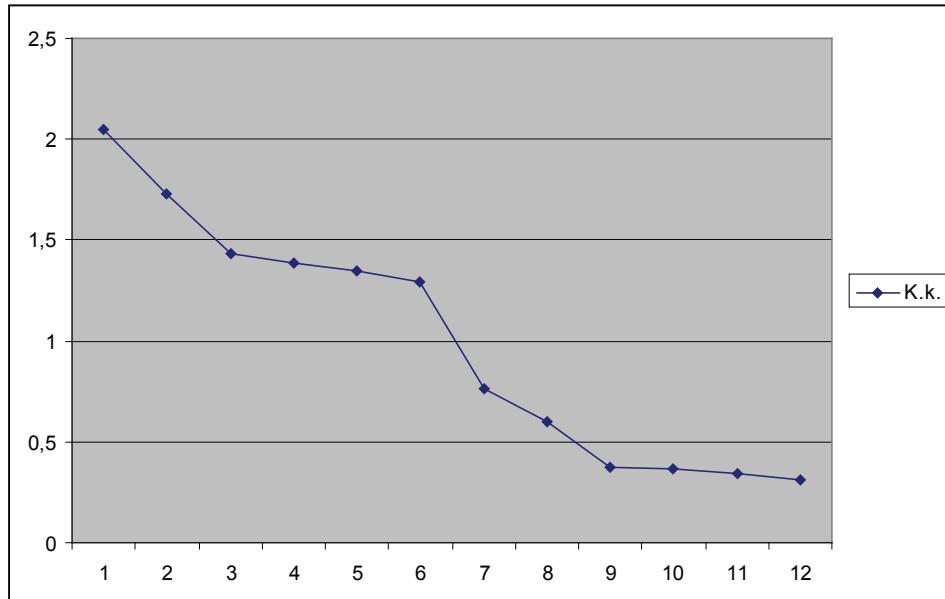
Napomena: f = frekvencija; ukupan broj članaka je N = 139.

## Simulirani primjeri

S obzirom na to da su prethodni rezultati (očekivano) ukazali na predominkost K1, scree testa i njihove kombinacije, uz nisku učestalost javljanja PA (Tabela 1), simulirao sam i prikazao primjere koji prevashodno ilustruju očigledne slabosti ovih postupaka i njihove kombinacije, ali koji su istovremeno izazovni i za PA, sa idejom da bi PA-MRFA (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011), kao novoutvrđena najpreciznija operacionalizacija PA, trebalo da korektno procjenjuje broj značajnih dimenzija u svim slučajevima. Simplifikacije radi, sve scree plotove sam generisao na osnovu PCA k.k., pošto između njih i plotova generisanih na osnovu k.k. iz redukovane korelace matrice nije bilo sistematičnih vizuelnih razlika.

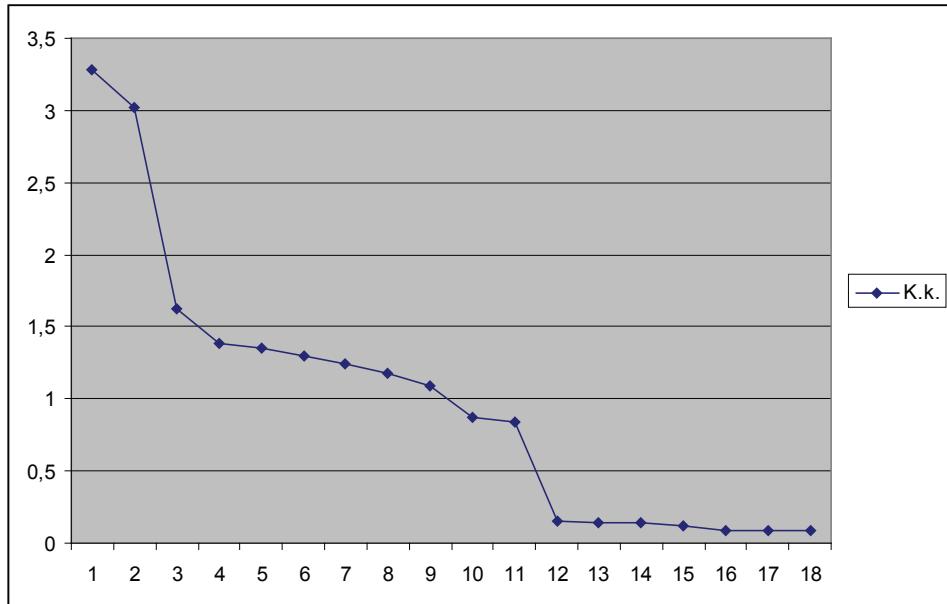
Prvi simulirani primjer, prikazan na Slici 1 ( $N = 1500$ ,  $N_{var} = 12$ ), podrazumijeva scree test na kome se mogu uočiti tri distinktna pada, sugerijući 8, 6 ili 2 dimenzije, pri čemu su prva dva zaključka očigledno neoptimalna na osnovu pravila o minimalno tri potrebne varijabli po dimenziji (Velicer & Fava, 1998), tj. sugeriju prevelik broj dimenzija u odnosu na broj varijabli za postizanje stabilnog faktorskog rješenja, iako zaključak o 6 dimenzija djeluje vrlo utemeljeno, pošto

ga nameće K1 pravilo, ali ga sugeriše i vizuelno naglašen pad na *scree* dijagramu. Ovaj zaključak bio bi potvrđen i na osnovu 2/3 Hull indikatora (Lorenzo-Seva et al., 2011). Ispravan broj dimenzija je, međutim, dvije i sve verzije PA ga identifikuju (dok MAP podfaktoriše).

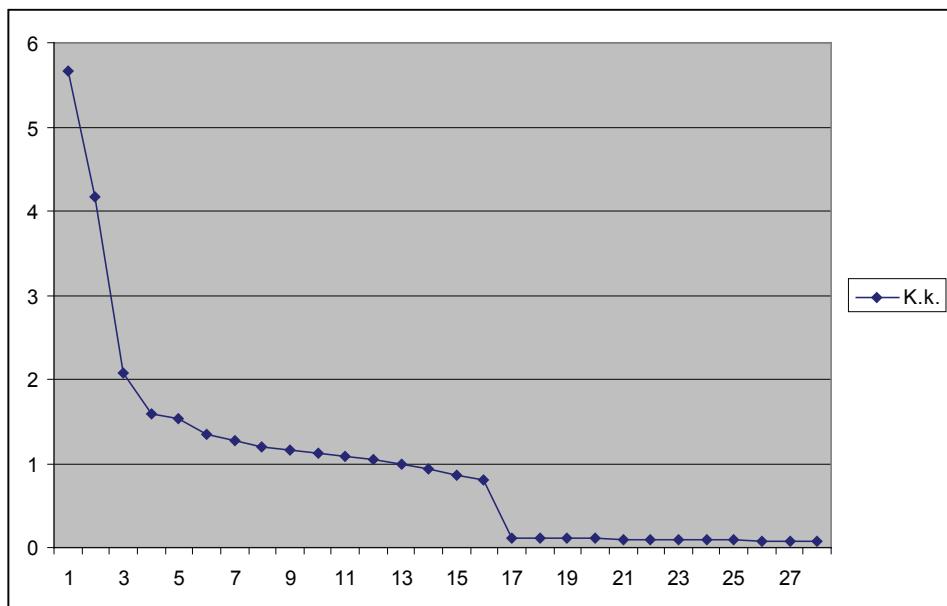


Slika 1. K1 = 6, MAP = 1, PA-PCA = 2, PA-PAF = 2, PA-MRFA = 2, Hull = 6  
(automatski odabran indeks: CFI; RMSEA = 6; CAF = 1)

Sljedeća dva primjera, prikazana na Slici 2 ( $N = 1000, N_{var} = 18$ ) i Slici 3 ( $N = 1000, N_{var} = 28$ ), treba posmatrati simultano. Premda neidentični, primjeri su vizuelno slični i ilustruju karakterističan *scree test* problem: više od jednog prekida u liniji karakterističnih vrijednosti (Zwick & Velicer, 1986). U slučaju striknog poštovanja *scree test* logike utvrđivanja posljednjeg osjetnog pada u k.k. očigledno je da se takav (oštar) pad događa nakon 11. k.k. na Slici 2, odnosno nakon 16. k.k. na Slici 3. U oba slučaja to bi rezultovalo zadržavanjem previše dimenzija u odnosu na broj varijabli (11/18, odnosno 16/28), uz zadržavanje dvije, odnosno četiri dimenzije koje bi imale k.k. manji od jedan, što se direktno suprotstavlja predominantnom k.k.  $> 1$  principu, koji sugerira 9, odnosno 12 dimenzija. Na osnovu ovog, hipotetski istraživač bi mogao prepostaviti da ovi prekidi na *scree* dijagramima nisu optimalni i razmotrio bi sljedeće prekide u nizu. U slučaju Slike 2, jedan od manjih prekida upravo se poklapa sa K1 preporukom, tako da bi njihova kombinacija elegantno sugerisala 9 dimenzija, što bi, međutim, takođe bio prevelik broj dimenzija u odnosu na broj varijabli (prema „bar tri variable po dimenziji“ pravilu; Velicer & Fava, 1998), te se optimalnijim čini razmotriti



Slika 2. K1 = 9, MAP = 1, PA-PCA = 4, PA-PAF = 4, PA-MRFA = 2, Hull = 2  
(automatski odabran indeks: CFI; RMSEA = 2; CAF = 1)



Slika 3. K1 = 12, MAP = 2, PA-PCA = 5, PA-PAF = 5, PA-MRFA = 3, Hull = 12  
(automatski odabran indeks: CFI; RMSEA = 1; CAF = 3)

pad koji se događa nakon trećeg k.k; u slučaju Slike 3, K1 preporuka se uopšte ne poklapa sa sljedećim izraženijim *scree* padom, koji se dešava tek nakon petog k.k, uz izražen pad i nakon trećeg k.k. Neoptimalan omjer broja dimenzija koje *scree* test i K1 pravilo sugerisu i broja varijabli u ovim primjerima je namjeran, jer objektivno demonstrira to da solucije koje iz ovih pravila slijede očigledno ne mogu biti optimalne, iako su sasvim u skladu sa logikom pravila. Zaključak koji slijedi na osnovu opisanog procesa odlučivanja jeste da je na *scree* dijagramu sa Slike 2 razumno razmotriti tri dimenzije, dok je u slučaju Slike 3 optimalan broj vjerovatno između tri i pet. Ono što se vizuelno čini vrlo vjerovatnim, jeste da u oba primjera postoje bar po tri dimenzije. Simulirani broj dimenzija je, međutim, dvije (Slika 2), odnosno tri (Slika 3).

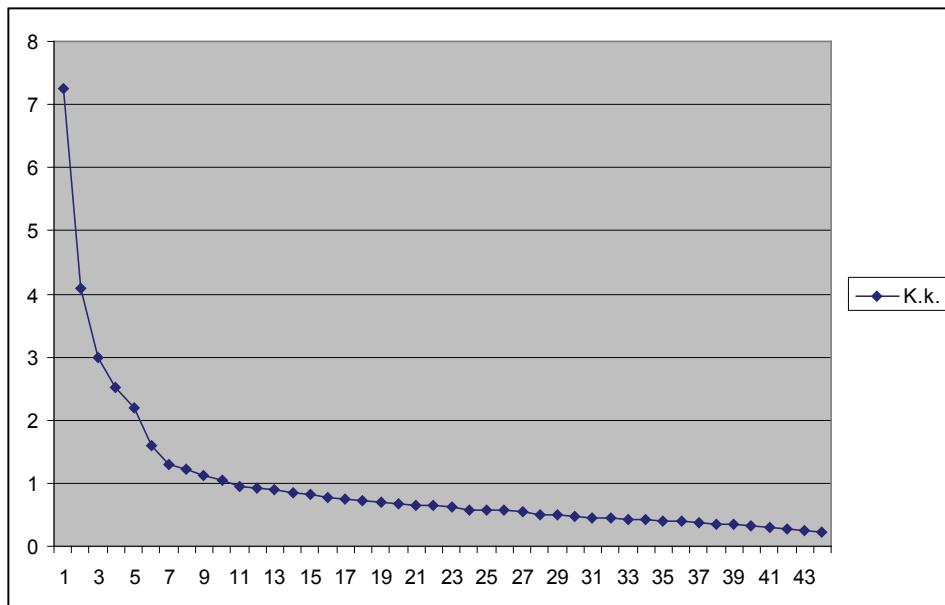
U oba ova primjera, MAP (Velicer, 1976) je podcijenio broj dimenzija za jedan, dok su PCA i PAF paralelne analize precijenile broj za dva, tj. kombinovano su, uprkos nepreciznosti, utvrdili ispravan „raspon mogućih rješenja”. Hull metod (Lorenzo-Seva et al., 2011) u prvom primjeru je automatski ispravno procijenio broj dimenzija (i bio je precizan na 2/3 indikatora fita), dok je u drugom bio precizan na 1/3 indikatora, na jednom je podfaktorisao, a na automatski selektovanom (CFI) je snažno prefaktorisao, uz problem s konvergiranjem rješenja,<sup>5</sup> PA-MRFA (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011) je u oba slučaja dala ispravnu procjenu.

### **Primjer zasnovan na stvarnim podacima**

Primjer prezentovan na Slici 4 ( $N = 459$ ,  $N_{var} = 44$ ) podrazumijeva javljanje bar jednog uočljivog dodatnog faktora, nad skupom podataka na kome je teorijski očekivano javljanje pet dimenzija<sup>6</sup> (BFI-44; John et al., 2008). Međutim, Hornova (Horn, 1965) PA-PCA i Hull (Lorenzo-Seva et al., 2011) sugerisu zadržavanje (teorijski vjerovatno neopravdane) šeste dimenzije, a zaključak na osnovu *scree* testa bi (vjerovatno) bio isti. K1 i PA-PAF naročito izraženo precjenjuju broj dimenzija. Jedino PA-MRFA (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011) korektno prepoznaje teorijski očekivan broj od pet dimenzija. Uprkos nepreciznosti, opet je moguće konstatovati da MAP (Velicer, 1976) koji podcjenjuje, i Hornova (Horn, 1965) PA koja precjenjuje broj dimenzija, kombinovano daju ispravan interval mogućih rješenja. PA, zasnovana na PAF, snažno prefaktoriše pokazujući najlošije performanse od svih PA operacionalizacija.

<sup>5</sup> Razlog ovome je i mogući „manji“ bug u CFI algoritmu u aktuelnim verzijama programa FACTOR (Lorenzo-Seva & Ferrando, 2006), pošto sam slične probleme sa konvergiranjem rješenja na osnovu ovog indikatora opažao u više različitih navrata pa skrećem na to pažnju čitaocima, uz nadu da će pomenuti problem biti korigovan u budućim verzijama programa.

<sup>6</sup> Uz opasku da bi konfirmativna faktorska analiza (CFA) bila primjerena za provjere teorijske adekvatnosti modela (Brown, 2006), eksplorativna analiza je ovdje izvršena sa specifičnim ciljem demonstracije (ne)preciznosti postupaka za procjenu broja dimenzija.



Slika 4.  $K_1 = 10$ ,  $MAP = 3$ ,  $PA\text{-Horn} = 6$ ,  $PA\text{-PAF} = 10$ ,  $PA\text{-MRFA} = 5$ ,  $Hull = 6$  (automatski odabran indeks: CFI; RMSEA = 6; CAF = 6)

## Diskusija

### Implikacije deskriptivne analize sprovedene nad domaćim čancima

Nalazi deskriptivne analize nad domaćim čancima ukazuju na prevalenciju PCA, čak i kada bi EFA (ili CFA) bila konceptualno primijerenija, uz nizak nivo terminološkog diferenciranja ovih procedura. Pa ipak, iako je funkcija EFA utvrđivanje latentne uzročnosti i nešto je metrijski robusnija od PCA, čija namjena je prevashodno redukcija podataka (Comrey, 1978; Costello & Osborne, 2005; Fabrigar et al., 1999; Gorsuch, 1990; Snook & Gorsuch, 1989), ove dvije procedure u mnogim situacijama dovode do vrlo sličnih rješenja (Velicer & Jackson, 1990a, 1990b), te se čini da: „Postupci korišteni za utvrđivanje dimenzionalnosti [tj. broja dimenzija] imaju veći uticaj [na ishod analize] od metoda ekstrakcije” (Steger, 2006, p. 269). Vrsta rotacije takođe može imati uticaj na rezultat analize i opšti je empirijski koncenzus da, u svjetlu prednosti kosih rotacija (npr. promax), ortogonalne (npr. varimax) rotacije praktično nisu potrebne i kosougle rotacije bi preferibilno trebale biti podrazumijevana prva opcija u analizama (Comrey, 1978; Costello & Osborne, 2005; Gorsuch, 1983; Fabrigar et al., 1999). Blizu polovine domaćih autora poštuje ovu preporuku, što je bolje (Fabrigar et al., 1999) ili slično

stanje (Norris & Lecavalier, 2010) u odnosu na primjere iz literature. Situacija u pogledu navedenih aspekata, dakle, iako nije optimalna, nije ni alarmantna.

Međutim, situacija u pogledu metoda za utvrđivanje broja dimenzija mnogo je lošija i uslovno je komparabilna (takođe vrlo lošim) situacijama koje ilustrativno prezentuju Fabrigar i sar. (Fabrigar et al. 1999), Norris i Lecavalier (Norris & Lecavalier, 2010), kao i Hayton i sar. (Hayton et al., 2004). Vrlo precizne (PA), ili uglavnom precizne, (MAP) procedure korištene su disproporcionalno malo. Korelacija sa godinom objave sugerije neznatno smanjenje (nepoželjnog) trenda nespecifikovanja metoda procjene broja dimenzija, pri čemu se popularnost nepreciznih postupaka (K1, *scree* testa ili njihove kombinacije) nije promijenila tokom obuhvaćenog vremenskog perioda (tj. ravnomjerno je visoka). Iako pozitivna korelacija koju PA ostvaruje sa godinom objave na prvi pogled ohrabruje, njen marginalni intenzitet još uvijek nije dovoljan za sugerisanje stabilnog trenda.

Na osnovu svega ovog, racionalno je pretpostaviti da je veliki procenat do sada objavljenih (domaćih) radova, u kojima su korišteni EFA ili PCA, potencijalno kontaminiran manje ili više pogrešnim zaključcima, a kao rezultat neoptimalno (ili čak i pogrešno) sprovedenih analiza. Iako nije nužno jedini, najvjerovaljniji činilac koji doprinosi tim mogućim pogreškama je upravo neadekvatnost u korištenim procedurama za određenje broja dimenzija! Egzaktan nivo moguće „kontaminacije nalaza” u objavljenim radovima sa EFA/PCA ostaje i dalje „tamna brojka”, ali i sam hipotetski interval mogućih grešaka dovoljan je indikator potrebe za edukovanjem akademske zajednice upravo o problematičnosti određenja broja dimenzija.

## Diskusija primjera, opšte preporuke i neka konceptualna pitanja

Primjeri prezentovani u ovom radu su ilustracije slučajeva sa ekstremno nejasnim brojem dimenzija i uspješnost većine postupaka u njima je manja od uspješnosti koju simulacije sugeriju (Lorenzo-Seva et al., 2011; Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011; Zwick & Velicer, 1986). Ipak, ovo efektno ilustruje da je pod najekstremnijim uslovima upravo PA zasnovana na MRFA najbolji izbor. Na osnovu pouka iz pomenutih simulacija, a ilustrovano prikazanim primjerima, moguće je izvesti više zaključaka.

Prvo, opšti empirijski koncen zus koji slijedi iz literature u pogledu K1 kriterijuma (Cliff, 1988; Guttman, 1954; Kaiser, 1960) jeste *da ga uopšte ne bi trebalo koristiti za određenje broja faktora i komponenti*, te da bi „[j]edini razlog za nastavak upotrebe ovog pravila bio lakoća implementacije, pošto je ono istovremeno i loše utemeljeno i gotovo sigurno dovodi do pogrešnih rezultata” (Velicer & Jackson, 1990b, pp. 101–102), te je „[...] tolika popularnost ovog kriterijuma u istraživanjima iznenađujuća” (Lorenzo-Seva et al., 2011, p. 343). Lakoća upotrebe, međutim, sama po sebi nije opravдан razlog, tako da, ukratko, ne postoji nalazi koji podržavaju nastavak upotrebe ovog kriterijuma kao ekskluzivnog metoda za određenje broja dimenzija i jednostavno bi ga trebalo izbjegavati (Zwick & Velicer, 1986).

Drugo, kada je riječ o *scree* testu (Cattell, 1966), zaključak je da je ovaj postupak precizniji od K1 metoda (Cliff, 1988; Guttman, 1954; Kaiser, 1960) te da

uz „razumnu upotrebu“ (npr. razmatranje nekoliko dimenzija iznad i ispod procijenjenog broja) može dati zadovoljavajuće rezultate, ali Zwick i Velicer (Zwick & Velicer, 1986, p. 440) sugeriju da „[...] s obzirom na dostupnost drugih, očigledno superiorijih metoda, ne možemo više preporučivati *scree* test kao glavni metod za određenje broja komponenti“. Imajući u vidu imanentnu i primjerima ilustrovani subjektivnost ovog postupka i resultantnu preveliku varijabilnost (Zwick & Velicer, 1986), njegova prevashodna upotreba trebalo bi (uz oprez) da bude za potrebe eventualnih inicijalnih procjena ili kao komplement drugim preciznijim postupcima (Zwick & Velicer, 1986).

Treće, PA je vjerovatno najbolji postojeći postupak za procjenu broja dimenzija (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011; Zwick & Velicer, 1986) i u ovom trenutku je teško pronaći ubjedljive argumente protiv njene upotrebe kao podrazumijevanog postupka (izuzimajući PA-PAF koju treba izbjegavati) i u PCA i u EFA. Sve veći broj stručnih časopisa opravdano insistira na PA, kao preduslov da bi rukopis uopšte bio uzet u razmatranje za objavu (Pallant, 2011, p. 184). Dodatno, čini se da PA imaju tendenciju ignorisanja minornih faktora (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011), tj. faktora koji objašnjavaju trivijalne procente varianse i mahom su manifestacija empirijski „beznačajnih“ relacija, poput sličnosti u jezičkoj formulaciji ajtema. „Sa empirijskog stanovišta, moglo bi se reći da je ovo svojstvo [PA da dominantno detektuje glavne, a ne minorne faktore] od koristi, jer omogućava detekciju samo važnih faktora i ignorisanje faktora koji su slabo povezani sa manifestnim varijablama“ (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011, p. 218).

Većina rezervacija u eksplicitnim preporukama upotrebe PA u prošlosti podrazumijevala je teškoće implementacije i komputacije (npr. Costello & Osborne, 2005); međutim, zbog rapidnog razvoja kompjuterske tehnologije posljednjih godina i ekspanzije samostalnih aplikacija i modula (vidjeti kasnije), ovo više nije relevantno ograničenje. PA-MRFA (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011) ili eventualno Hornova (Horn, 1965) PA, trebale bi, dakle, *uvijek* biti konsultovane prilikom procjene broja dimenzija. To ne znači da će PA *uvijek* biti precizna ili da treba biti jedini konsultovani postupak. Zapravo, konsultovanje multiplih kriterijuma i pažljiva inspekcija mogućih „raspona rješenja“ i utvrđivanje njihove interpretabilnosti i teorijske opravdanosti generalno je dobra ideja (Fabrigar et al., 1999) i *uvijek* je preferabilna „slijepom poštovanju“ bilo kog kriterijuma (Lorenzo-Seva et al., 2011). U datim primjerima ilustrovaо sam mogućnost kombinovanja MAP-a i PA, što je praksa koju predlažu i Zwick i Velicer (Zwick & Velicer, 1986), uz Hull (Lorenzo-Seva et. al., 2011) kao takođe moguću alternativu ili nadopunu PA.

## Preporuke za sprovođenje paralelne analize

S obzirom na to da se EFA/PCA u praksi često vrši nad Likertovim (tj. ordinalnim) ajtemima, taksativno navodim eksplicitne preporuke za sprovođenje PA sa osvrtom na takve ajteme.

- Kod ordinalnih podataka, kad god je konvergencija moguća, prednost treba dati faktorizaciji na matrici polihoričnih korelacija (u odnosu na Pearsonove  $r$  korelacije) i PA, zasnovana na polihoričnim korelacijama, preciznija je od PA bazirane na Pearsonovim  $r$  korelacijama. Pri tome, kriterijum 95. percentila daje bolje rezultate za polihoričnu PA-MRFA i Hornovu (Horn, 1965) PA, dok je kriterijum AS ravnopravan ili preferabilan kriterijumu 95. percentila u slučaju PA-MRFA zasnovanih na Pearsonovim  $r$  korelacijama (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011). Stoga je za određenje broja faktora nad ordinalnim ajtemima preferabilno sprovesti polihoričnu PA-MRFA na osnovu kriterijuma 95. percentila, a u slučaju nekonvergencije, sljedeća najbolja opcija je PA-MRFA zasnovana na Pearsonovim  $r$  korelacijama i AS kriterijumu (a ova opcija je, kako simulacija Lorenzo-Sevea i saradnika (Lorenzo-Seve et al., 2011) sugerije, uslovno preferabilna polihoričnoj verziji i u slučaju 4-stepeñih formata odgovora – u svim ostalim, 95. percentila polihorična PA-MRFA ponaša se bolje). Većina ovih preporuka automatski je implementirana u novije verzije programa FACTOR (Lorenzo-Seva & Ferrando, 2006).
- Iako je PA-MRFA implementacija (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011) bolja, Hornova (Horn, 1965) PA, zasnovana na PCA i Pearsonovim  $r$  korelacijama, dovoljno je dobra opcija u većini relevantnih situacija (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011; Zwick & Velicer, 1986) i za određenje broja komponenti i za određenje broja faktora, pri čemu *izvjesnu prednost treba dati kriterijumu 95. percentila u odnosu na AS* (ali treba razmotriti oba).
- PA-PAF inferiorna je i originalnoj Hornovoj (Horn, 1965) i PA-MRFA implementaciji (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011), pokazujući osjetnu tendenciju ka prefaktorisanju; iz ovih razloga, ne treba je uopšte koristiti (čak ni za utvrđivanje broja faktora).
- Za broj paralelnih setova ( $K$ ) ne postoje definitivne preporuke, ali se čini da je za većinu potreba 500–1000 setova dovoljno; takođe, čini se da permutacije najčešće nisu potrebne i da i normalno distribuirani paralelni setovi uglavnom daju dovoljno dobre rezultate (Buja & Eyuboglu, 1992; Dinno, 2009; Hayton, 2009; Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011).
- U situacijama u kojima PA identifikuje dimenzije koje su tek neznatno iznad slučajne varijanse, preporučljivo je konsultovati dodatne kriterijume u cilju utvrđivanja broja dimenzija (vidjeti Steger, 2006). Jedna od mogućih opcija jeste kombinovanje PA i MAP kriterijuma (Hayton et al., 2004; Zwick & Velicer, 1986), u cilju dobijanja vjerovatnog raspona rješenja, pošto MAP, kada griješi, češće podfaktoriše (Zwick & Velicer, 1986), dok PA češće prefaktoriše (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011; Zwick & Velicer, 1986). Za potrebe određenja broja faktora, Hull (Lorenzo-Seva et al., 2011) može biti odlična alternativa ili dopuna za PA. Na kraju, čak je i

*scree* test moguće kombinovati sa PA (Fabrigar et al., 1999; Hayton et al., 2004; Zwick & Velicer, 1986), pri čemu je jedna od očiglednih prednosti takve prakse bolja vizuelna reprezentacija nalaza (vidjeti i Prilog C).

- PA isključivo služi detekciji „slučajnog šuma“ koji je rezultat karakteristika konkretnog uzorka i namjena joj nije izlaženje na kraj sa sistematičnim efektima diskriminativnosti i težine ajtema (Tran & Formann, 2009). Dodatno, PA (kao, uostalom, ni bilo koji drugi metod za određivanje broja dimenzija) ne služi „popravljanju“ rezultata analize nad loše konstruisanim ajtemima, neadekvatnim uzorcima, neoptimalno specifikovanim drugim parametrima i slično, niti može prekompenzovati eventualnu lošu definisanost dimenzija ili slabosti polaznih teorijskih koncepcija koje su predmet evaluacije.

### Kako sprovesti paralelnu analizu i prikazati njene rezultate?

PA trenutno nije implementirana u popularne komercijalne statističke pakete (npr. SPSS, SAS, MATLAB) i za njeno izvršavanje potrebne su odgovarajuće sintakse, poput O'Connorove (O'Connor, 2000), koja omogućava sprovođenje PCA i PAF paralelne analize (bazirane na Pearsonovim *r* korelacijama) u SPSS-u i SAS-u. Kraći tutorijal za SPSS nalazi se u Prilogu A.

Postoje i samostalne aplikacije s podrškom za PA, poput programa ViSta<sup>7</sup> (Ledesma & Valero-Mora, 2007), koji pruža iste mogućnosti kao i O'Connorova (O'Connor, 2000) sintaksa. Trenutno najviše mogućnosti posjeduje besplatni program FACTOR (Lorenzo-Seva & Ferrando, 2006), koji podržava tzv. optimalnu implementaciju PA (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011), koja automatski prepoznaće metod ekstrakcije (PCA ili neki od EFA ekstraktora) i tip korelaciјe (Pearson *r* ili tetra/polihorične korelaciјe); u slučaju EFA, tj. utvrđivanja broja faktora, PA će biti zasnovana na MRFA (Ten Berge & Kiers, 1991). Program ima ugrađenu podršku i za MAP (Velicer, 1976) i Hull (Lorenzo-Seva et al., 2011). Kraći tutorijal za sprovođenje PA u FACTOR-u nalazi se u Prilogu B. I nekoliko R (R Development Core Team, 2005) paketa omogućava računanje varijacija PA (npr. paket „Psych“, Revelle, 2012). Za dodatni pregled mogućih načina implementacije PA, pogledati i Timmerman i Lorenzo-Seva (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011, p. 212), a za različite tutorijale npr: Hayton i sar. (Hayton et al., 2004), Ledesma i Valero-Mora (Ledesma & Valero-Mora, 2007) i O'Connor (2000).

Rezultate PA moguće je prikazati grafički ili tabelarno (Prilog C), pri čemu je potrebno prezentovati stvarne i simulirane k.k. (i za percentilni i za kriterijum AS). Za PA-MRFA (Ten Berge & Kiers, 1991), umjesto sirovih vrijednosti k.k. treba prikazati odgovarajuće procente objašnjene varijanse (što program FACTOR automatski računa). Uvijek je potrebno navesti specifikacije PA (metod ekstrakcije, broj slučajnih setova, generisanje normalno distribuiranih matrica ili

<sup>7</sup> Aktuelna verzija je besplatno dostupna sa adrese <http://www.uv.es/visualstats/Book/DownloadBook.htm>.

permutiranje, tip koeficijenta korelacije i slično) i najvažnije – obrazložiti zaključke o broju dimenzija koje treba zadržati (treba naglasiti i da li je bilo razlika između percentilnog i AS kriterijuma). Ako je PA kombinovana s nekim postupkom, i to je potrebno prikazati i elaborirati.

## Zahvalnica

Zahvaljujem se Bojani Dinić na korisnim sugestijama tokom pisanja članka.

## Reference

- Bock, R. K., & Krischer, W. (1999). *The data analysis briefbook*. Geneva, CH: CERN.  
Retrieved from <http://rkb.home.cern.ch/rkb/titleA.html>
- Brown, T. A. (2006). *Confirmatory factor analysis for applied research*. New York, NY: The Guilford Press.
- Buja, A., & Eyuboglu, N. (1992). Remarks on parallel analysis. *Multivariate Behavioral Research*, 27(4), 509–540.
- Cattell, R. B. (1966). The scree test for the number of factors. *Multivariate Behavioral Research*, 1, 245–276.
- Cho, S., Li, F., & Bandalos, D. (2009). Accuracy of the parallel analysis procedure with polychoric correlations. *Educational and Psychological Measurement*, 69(5), 748–759.
- Cliff, N. (1988). The eigenvalues-greater-than-one rule and the reliability of components. *Psychological Bulletin*, 103(2), 276–279.
- Cohen, J. (1992). A power primer. *Psychological Bulletin*, 112(1), 155–159.
- Comrey, A. L. (1978). Common methodological problems in factor analytic studies. *Journal of Consulting and Clinical Psychology*, 46, 648–659.
- Costello, A. B., & Osborne, J. W. (2005). Best practices in exploratory factor analysis: Four recommendations for getting the most from your analysis. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 10(7), 1–9.
- Dinno, A. (2009). Exploring the sensitivity of Horn's parallel analysis to the distributional form of random data. *Multivariate Behavioral Research*, 44(3), 362–388.
- Fabrigar, L. R., Wegener, D. T., MacCallum, R. C., & Strahan, E. J. (1999). Evaluating the use of exploratory factor analysis in psychological research. *Psychological Methods*, 4(3), 272–299.
- Fava, J. L., & Velicer, W. F. (1992). The effects of overextraction on factor and component analysis. *Multivariate Behavioral Research*, 27(3), 387–415.

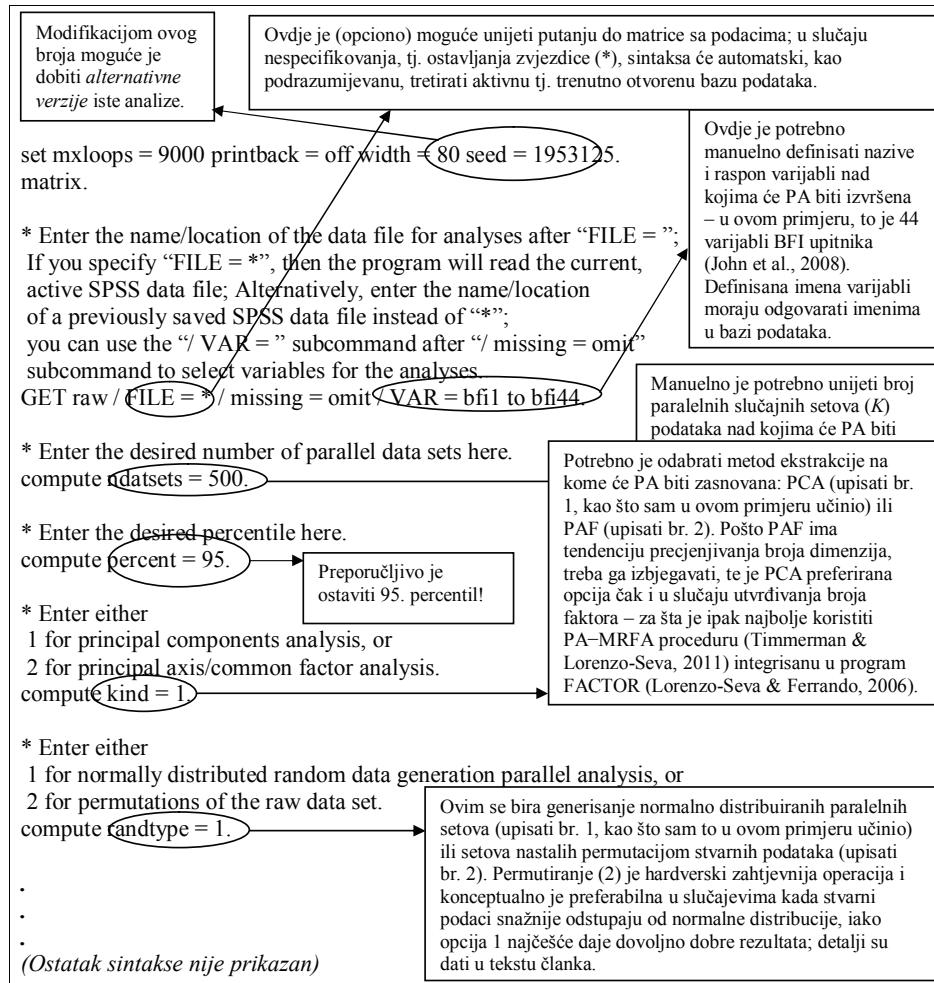
- Glorfeld, L. W. (1995). An improvement on Horn's parallel analysis methodology for selecting the correct number of factors to retain. *Educational and Psychological Measurement, 55*(3), 377–393.
- Gorsuch, R. L. (1983). *Factor analysis* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Gorsuch, R. L. (1990). Common factor analysis versus component analysis: Some well and little known facts. *Multivariate Behavioral Research, 25*(1), 33–39.
- Guttman, L. (1954). Some necessary and sufficient conditions for common factor analysis. *Psychometrika, 19*(2), 149–161.
- Hayton, J. C. (2009). Commentary on "Exploring the sensitivity of Horn's parallel analysis to the distributional form of random data". *Multivariate Behavioral Research, 44*(3), 389–395.
- Hayton, J. C., Allen, D. G., & Scarfello, V. (2004). Factor retention decisions in exploratory factor analysis: A tutorial on parallel analysis. *Organizational Research Methods, 7*(2), 191–205.
- Holgado-Tello, E. P., Chacón-Moscoso, S., Barbero-García, I., & Vila-Abad, E. (2012). Polychoric versus Pearson correlations in exploratory and confirmatory factor analysis of ordinal variables. *Quality & Quantity, 44*(1), 153–166.
- Hooper, D., Coughlan, J., & Mullen, M. (2008). Structural equation modelling: Guidelines for determining model fit. *Electronic Journal of Business Research Methods, 6*(1), 53–60.
- Horn, J. L. (1965). A rationale and test for the number of factors in factor analysis. *Psychometrika, 30*(2), 179–185.
- Hu, L., & Bentler, P. M. (1998). Fit indices in covariance structure modeling: Sensitivity to underparameterized model misspecification. *Psychological Methods, 3*(4), 424–453.
- John, O. P., Naumann, L. P., & Soto, C. J. (2008). Paradigm Shift to the Integrative Big-Five Trait Taxonomy: History, Measurement, and Conceptual Issues. In O. P. John, R. W. Robins, & L. A. Pervin (Eds.), *Handbook of personality: Theory and research* (pp. 114–158). New York, NY: Guilford Press.
- Kaiser, H. F. (1960). The application of electronic computers to factor analysis. *Educational and Psychological Measurement, 20*, 141–151.
- Ledesma, R. D., & Valero-Mora, P. (2007). Determining the number of factors to retain in EFA: An easy-to-use computer program for carrying out parallel analysis. *Practical Assessment, Research, & Evaluation, 12*(2), 1–11.
- Lee, K., & Ashton, M. C. (2007). Factor analysis in personality research. In R. W. Robins, R. C. Fraley, & R. F. Krueger (Eds.), *Handbook of research methods in personality psychology* (pp. 424–443). New York, NY: The Guilford Press.
- Lorenzo-Seva, U., & Ferrando, P. J. (2006). FACTOR: A computer program to fit the exploratory factor analysis model. *Behavior Research Methods, 38*(1), 88–91.

- Lorenzo-Seva, U., Timmerman, M. E., & Kiers, A. L. (2011). The Hull method for selecting the number of common factors. *Multivariate Behavioral Research*, 46, 340–364.
- Norris, M., & Lecavalier, L. (2010). Evaluating the use of exploratory factor analysis in developmental disability psychological research. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 40(1), 8–20.
- O'Connor, B. P. (2000). SPSS and SAS programs for determining the number of components using parallel analysis and Velicer's MAP test. *Behavior Research Methods, Instrumentation, and Computers*, 32(3), 396–402.
- Pallant, J. (2011). *SPSS survival manual: A step by step guide to data analysis using SPSS* (4th ed.). Crows Nest, AU: Allen & Unwin.
- Preacher, K. J., & MacCallum, R. C. (2003). Repairing Tom Swift's electric factor analysis machine. *Understanding Statistics*, 2(1), 13–43.
- R Development Core Team (2005). R: A language and environment for statistical computing (Version 2.14.1) [Computer Software]. R Foundation for Statistical Computing, Austria: Vienna. Retrieved from <http://www.R-project.org>
- Revelle, W. (2012). Package "Psych": Procedures for psychological, psychometric, and personality research. Retrieved from <http://cran.r-project.org/web/packages/psych/index.html>
- Reyment, R. A., & Jöreskog, K. G. (1996). *Applied factor analysis in the natural sciences* (2nd ed.). New York, NY: Cambridge University Press.
- Šipka, P. (2005). The Serbian Citation Index: Context and content, *Proceedings of ISSI 2005 - 10th International Conference of the Society for Scientometrics and Informetrics*, Stockholm, SE (pp. 710–711). Retrieved from <http://ceon.rs/>
- Snook, S. C., & Gorsuch, R. L. (1989). Component analysis versus common factor analysis: A Monte Carlo study. *Psychological Bulletin*, 106(1), 148–154.
- Steger, M. F. (2006). An illustration of issues in factor extraction and identification of dimensionality in psychological assessment data. *Journal of Personality Assessment*, 86(3), 263–272.
- Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. (2007). *Using Multivariate Statistics* (5th ed.). Boston, MA: Allyn and Bacon.
- Ten Berge, J. M. F., & Kiers, H. A. L. (1991). A numerical approach to the approximate and the exact minimum rank of a covariance matrix. *Psychometrika*, 56(2), 309–315.
- Timmerman, M. E., & Lorenzo-Seva, U. (2011). Dimensionality assessment of ordered polytomous items with parallel analysis. *Psychological Methods*, 16(2), 209–220.
- Tran, U. S., & Formann, A. K. (2009). Performance of parallel analysis in retrieving unidimensionality in the presence of binary data. *Educational and Psychological Measurement*, 69(1), 50–61.

- Velicer, F. V., & Fava, J. L. (1998). Effects of variable and subject sampling on factor pattern recovery. *Psychological Methods*, 3(2), 231–251.
- Velicer, W. F., & Jackson, D. N. (1990a). Component analysis versus common factor analysis: Some further observations. *Multivariate Behavioral Research*, 25(1), 97–114.
- Velicer, W. F., & Jackson, D. N. (1990b). Component analysis versus common factor analysis: Some issues in selecting an appropriate procedure. *Multivariate Behavioral Research*, 25(1), 1–28.
- Velicer, W. F. (1976). Determining the number of components from the matrix of partial correlations. *Psychometrika*, 41(3), 321–327.
- Zwick, W. R., & Velicer, W. F. (1986). Comparison of five rules for determining the number of components to retain. *Psychological Bulletin*, 99(3), 432–442.

## Prilog A

### Izvod iz SPSS sintakse za sprovodenje paralelne analize<sup>8</sup> (sa pojašnjnjem)

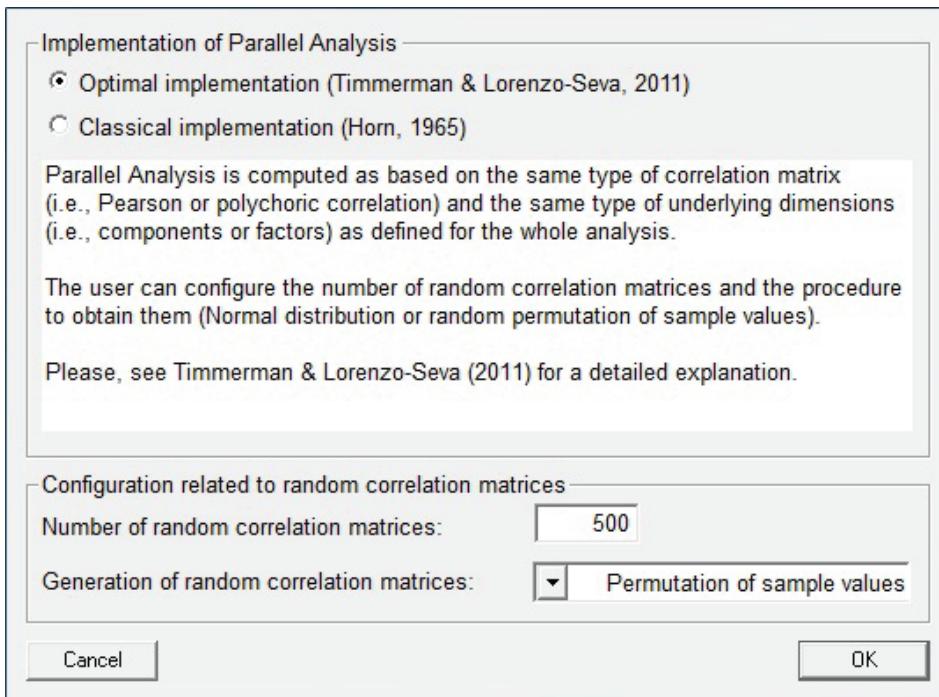


**Napomena:** Sintaksa se, nakon konfiguracije željenih parametara, pokreće preko: *Run → All*. Međutim, ova verzija sintakse (na svom početku) ima inkorporiran i dio za generisanje oglednog seta podataka i taj dio je potrebno izbrisati (do linije: *set mxloops = 9000 [...]*); alternativa je postavljanje kursora ispred *set mxloops = 9000 [...]* i pokretanje sintakse od tog dijela, preko *Run → |To End*.

<sup>8</sup> Sintaksa je adaptirana prema O'Connor (2000) od strane samog autora i dostupna je za besplatno preuzimanje sa adresi: <https://people.ok.ubc.ca/brioconn/nfactors/nfactors.html> (datoteka „rawpar.sps“ u koloni „SPSS“). Na istoj adresi nalaze se i sintakse za SAS i MATLAB programe, kao i sintaksa za MAP (Velicer, 1976) postupak.

## Prilog B

Prikaz dijaloga za paralelnu analizu iz programa FACTOR (verzija 8.10) (Lorenzo-Seva & Ferrando, 2006)



*Uputstvo:* Do ovog dijaloga dolazite kroz nekoliko koraka. Nakon pokretanja programa, potrebno je učitati matricu podataka,<sup>9</sup> što se čini klikom na *Read Data* → *Browse*. Odabrići potom putanju do matrice, selektovati je i potvrditi sa *Open*; u *Number of participants* upisati broj ispitanika, a u *Number of variables* broj varijabli i potvrditi sa *OK*. Pod *Configure Analysis/Configuration* potrebno je specifikovati željene parametre EFA/PCA (metod ekstrakcije, tip rotacije, vrsta korelacijske, broj željenih dimenzija itd.) – paralelna analiza biće selektovana kao podrazumijevana opcija za određenje broja dimenzija (u redu označenom kao *Procedure for determining the number of factors/components*, gdje se još nalaze MAP i Hull), a njene specifikacije moguće je mijenjati klikom na *Configure*, što dovodi do prikazanog dijaloga. Već opisana optimalna implementacija paralelne

<sup>9</sup> Matrica mora biti snimljena u *.dat* format datoteke, što je moguće učiniti iz Excel makroa za preprocesiranje, (besplatno) dostupnog na stranici navedenoj u ovom odjeljku teksta. Takođe, to je moguće učiniti npr. i iz SPSS-a, preko *File* → *Save As...* i selekcije *Tab delimited (\*.dat)* ili *Fixed ASCII (\*.dat)* formata iz *Save as type* menija (pri čemu je, u oba slučaja, neophodno deseletovati *Write variable names to spreadsheet* opciju, koja je u nekim verzijama programa dostupna samo nakon odabira *Tab delimited (\*.dat)*, ali nakon deseletovane za ovaj format, ostaje deseletovana i prilikom uskcesivnog odabira *Fixed ASCII (\*.dat)*.

analize (Timmerman & Lorenzo-Seva, 2011) selektovana je kao podrazumijevana opcija i ona automatski prepoznaće tip analize (PCA ili EFA) i korelacije (Pearson  $r$  ili tetra/polihorične korelacije). Analiza automatski podrazumijeva i permutiranje stvarnih podataka, uz generaciju 500 paralelnih setova, pri čemu je i jednu i drugu opciju moguće manuelno promjeniti, kao i selektovati „originalnu“ paralelnu analizu kakvu predlaže Horn (1965). Nakon specifikovanja parametara paralelne analize, potvrđite izbor sa *OK* (i još jednom sa *OK* u samom *Configuration* meniju) i na kraju kliknite na *Compute* na glavnom meniju, da bi program započeo sa kalkulacijama. Iz okvira *Configure Analysis* (red *Procedure for determining the number of factors/components*) moguće je selektovati i MAP (Velicer, 1976) i Hull procedure (Lorenzo-Seva et al., 2011), pri čemu druga procedura omogućava manuelni odabir indeksa fita, pod svojim *Configure* okvirom. Ostatak procedure identičan je prethodno opisanoj. Sam program FACTOR (Lorenzo-Seva & Ferrando, 2006), zajedno sa detaljnijim uputstvom i dokumentacijom, besplatno je dostupan sa stranice: <http://psico.fcep.urv.cat/utilitats/factor/index.html>.

## Prilog C

### Kako prikazati rezultate paralelne analize?

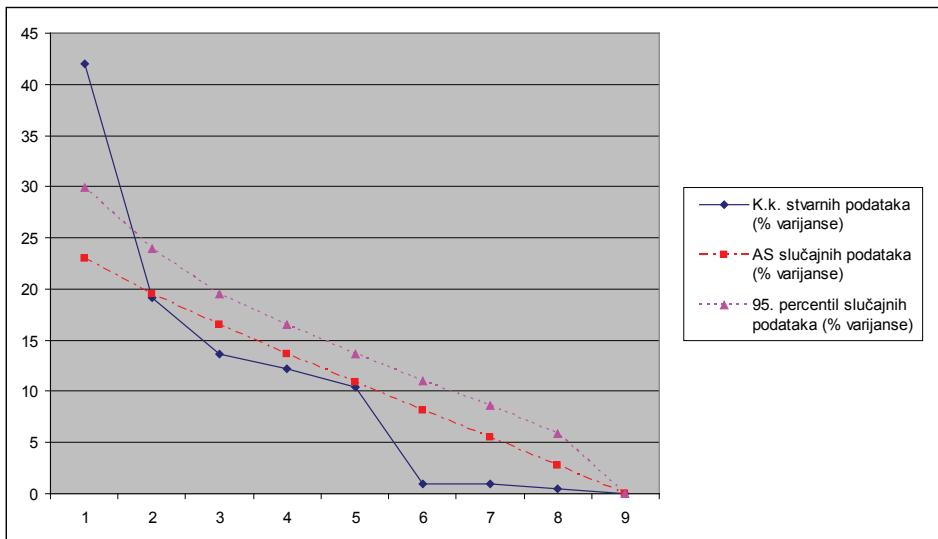
Prilog C1. Primjer tabelarnog prikaza Hornove (Horn, 1965) PA sa  $K = 500$  normalnih paralelnih setova, koja sugerire zadržavanje jedne komponente.

Br.	K.k. stvarnih podataka	AS k.k. slučajnih podataka	95. percentila k.k. slučajnih podataka
1	6.928095	>	1.191235
2	1.001934	<	1.126133
3	.173908	1.060928	1.083783
4	.160738	1.027817	1.049803
5	.154181	.997415	1.018563
6	.152818	.967741	.989434
7	.148675	.936688	.959154
8	.143147	.902536	.927640
9	.136505	.861183	.891963

*Napomena:* Prikaz rezultata PA u većini programa biće vrlo sličan i podrazumijevaće kolone sa k.k. stvarnih podataka, te AS i zadani percentil k.k. slučajnih podataka. U prikazanom primjeru je, u edukativne svrhe, vizuelno markirano na osnovu čega se zaključak o broju dimenzija donosi (te označe ne treba prikazivati u samim radovima). Treba, dakle, po redovima poređiti vrijednosti k.k. stvarnih podataka sa korespondentnim vrijednostima AS i percentila i zadržavati onoliko

dimenzija koliko ima stvarnih k.k. koje su veće od svojih slučajnih parnjaka. U ovom primjeru, samo prvi stvarni k.k. je veći od slučajnih parnjaka, dok je već drugi stvarni k.k. od njih manji, što znači da treba zadržati samo jednu dimenziju. Neki programi, poput FACTOR-a (Lorenzo-Seva & Ferrando, 2006), automatski ispisuju ovaj zaključak. U slučaju da je PA sprovedena na osnovu MRFA (Ten Berge & Kiers, 1991) ekstrakcije, umjesto sirovih vrijednosti k.k. bili bi prikazani procenti objašnjene varijanse.

Prilog C2. Primjer grafičkog prikaza PA zasnovane na MRFA ekstrakciji (Ten Berge & Kiers, 1991) i  $K = 500$  permutacija stvarnih podataka, koja sugerira zadržavanje jednog faktora.



Napomena: U slučaju da je PA bazirana na PCA ekstrakciji, umjesto procenata treba prikazati sirove vrijednosti k.k.

**Siniša Subotić**NGO "Persona",  
Banja Luka;  
CEON, Beograd

## REVIEW OF METHODS FOR DETERMINING THE NUMBER OF FACTORS AND COMPONENTS TO RETAIN (IN EFA AND PCA)

Although very popular, factor analysis (and principal components analysis) is often incorrectly applied statistical procedure. One of the typical sources of error concerns the decision of how many dimensions to retain. Although the procedures for deciding on this number have significantly advanced, most authors still adhere to outdated and inaccurate methods, which compromises the validity of scientific research and slows the scientific development. The aims of this article are to determine the frequency of the use of specific methods for determining the number of dimensions to retain in locally published articles, and to present an overview of these methods and illustrates their (in)accuracy, with suggestions for the more appropriate procedures. Evaluation, conducted on the domestic articles (available online) published from 1995 to mid 2012, which used the factor analysis and principal components analysis (139 articles from 25 journals), suggests that a lot of the authors (29.50%) do not specify the method for determining the number of dimensions to retain, and that most use obviously imprecise procedures, such as Kaiser-Guttman's Eigenvalue  $> 1$  rule, Cattell's Scree Test, or a combination, with the most robust procedure known to date, Parallel Analysis, used alone or in combination with other procedures in only 5.03% of cases. Following these findings and based on the results of existing large-scale simulation studies the extensive overviews of Parallel Analysis, Eigenvalue  $> 1$  rule, Scree Test, MAP, and Hull procedures were given and several "non-technical" examples were used to demonstrate the ineffectiveness of the most popular procedures, while suggesting the robust alternatives. Finally, the recommendations were given on how to apply and combine the procedures for determining the number of factors and components to retain, with the emphasis on the Parallel Analysis of Likert items.

**Keywords:** Parallel Analysis, the Kaiser-Guttman's rule, Scree Test, MAP, Hull