

**Jelena  
Radanović<sup>1\*</sup>**

Odsek za psihologiju,  
Filozofski fakultet,  
Univerzitet u Novom  
Sadu

**Nemanja Vaci<sup>2\*</sup>**

Univerzitetski centar  
za Primenjenu  
statistiku, Novi Sad

<sup>1</sup> Adresa autora:  
radanovicj@gmail.com

<sup>2</sup> Adresa autora:  
nemanja5808@gmail.com

\* Oba autora su podjednako  
doprinela radu.

Primljeno: 30. 07. 2013.

Primljena korekcija:

02. 09. 2013.

Prihvaćeno za štampu:

04. 09. 2013.

## ANALIZA VREMENA REAKCIJE MODELOVANJEM LINEARNIH MEŠOVITIH EFEKATA

Cilj ovog članka je da ilustruje modelovanje vremena reakcije korišćenjem linearnih mešovityh efekata. Ova analiza je ponuđena kao alternativa standardnoj obradi tehnikama iz porodice generalnih linearnih modela. Detaljno su prikazane karakteristike vremena reakcije, kao najčešće korišćene zavisne varijable u različitim psihološkim eksperimentima. Vreme reakcije uglavnom ne ispunjava predušlove za primenu parametrijskih statističkih postupaka, kao što su normalnost distribucije, nezavisnost opservacija i homogenost varijansi. U takvim situacijama pribegava se različitim transformacijama i eliminaciji sirovih vrednosti, kao i primeni robusnijih statističkih procedura, kakav je Metod linearnih mešovityh efekata. Posebna prednost prikazane analize je i to što omogućava modelovanje slučajnih efekata, na primer, ispitanika i stimulusa. Na ovaj način uzimaju se u obzir dodatni izvori varijabilnosti sadržani u vremenu reakcije, a dobijene rezultate moguće je generalizovati na druge objekte istraživanja. Ovo je kod standardnih analiza iz porodice generalnih linearnih modela otežano zbog korišćenja proseka *po ispitanicima* i *po stimulusima* i primene  $F_1 \times F_2$  testiranja razlika. U radu je prikazano i poređenje modela različitog stepena kompleksnosti korišćenjem indeksa fita. Ovim je proverena opravdanost uvođenja dodatnih parametara u model. Na samom kraju, prikazana je statistička kritika modela, koja je potvrdila podesnost krajnjeg modela datim podacima.

**Ključne reči:** vreme reakcije, transformacija podataka, linearni mešovity efekti

Vreme reakcije je najčešće korišćena zavisna varijabla u eksperimentalnoj psihologiji. Ova bihevioralna mera predstavlja vreme koje protekne od početka određenog zadatka do ispitanikovog odgovora. Stoga se vreme reakcije koristi kao pokazatelj dužine trajanja i kompleksnosti mentalnih procesa (Mollon & Perkins, 1996). Istraživanja koja koriste vreme reakcije kao pokazatelj dužine trajanja mentalnih procesa imaju bogatu tradiciju u oblasti eksperimentalne psihologije. Takođe, vrlo rano je započeto ispitivanje različitih karakteristika ove mere. Tako je još Woodworth (1938, prema Ratcliff, Van Zandt, & McKoon, 1999) proučavao oblik raspodele vremena reakcije, ali i uticaj individualnih razlika i vrste eksperimentalnih stimulusa na ovu meru.

Merenje vremena reakcije je do nedavno bilo jedini način na koji su istraživači mogli da zaključuju o mentalnim procesima (Pachella, 1974). Razvoj tehnologije merenja koja se koriste u psihološkim istraživanjima, kao što su tehnike neuralnog odslikavanja ili snimanje očnih pokreta, omogućio je alternativne načine zaključivanja o mentalnim procesima. Ipak, vreme reakcije ostalo je najčešće korišćena mera bihevioralnog odgovora. Verovatno najvažniji razlog za široku upotrebu vremena reakcije je taj što ono predstavlja najjednostavniji način merenja mentalnih procesa u realnom vremenu (Salthouse & Hedden, 2002). Takođe, registrovanje vremena reakcije je vrlo precizno, odnosno dobijeni podaci su izmereni na najvišem, racio nivou merenja. Ovo omogućava da se vreme reakcije analizira primenom kompleksnih statističkih procedura (Townsend, 1992). Popularnosti vremena reakcije doprinelo je i to što je pod uticajem raznovrsnih čimilaca, koji nisu karakteristike prikazivanih stimulusa, već različitih trenutnih i/ili trajnih individualnih obeležja. Tako ono varira u zavisnosti od, na primer, starosti ispitanika, pola, uzbuđenja, konzumiranja alkohola, osobina ličnosti, anksioznosti i sličnog (Der & Deary, 2006; MacDonald, Nyberg, Sandblom, Fischer, & Backman, 2008; Moskowitz & Fiorentino, 2000; Robinson & Tamir, 2005; Welford, 1977). Zahvaljujući ovome upotreba vremena reakcije se iz kognitivne psihologije proširila i na ostale oblasti psihologije.

## Karakteristike vremena reakcije

Iako merenje na racio skali omogućava primenu složenih statističkih postupaka za obradu vremena reakcije, analize koje su najčešće u upotrebi uglavnom nisu prilagođene karakteristikama ove mere (Baayen & Milin, 2010; Lachaud & Renaud, 2011; Ratcliff, 1993; Salthouse & Hedden, 2002; Whelan, 2008; Wilcox, 1998). Pri obradi vremena reakcije, statističke analize se najčešće sprovode na uprosječnim vrednostima, za svakog ispitanika i/ili za svaki stimulus (Dibbets, Maes, & Vossen, 2002; Fields, Landon-Jimenez, Buffington, & Adams, 1995). Dobijene prosečne vrednosti vremena reakcije se zatim analiziraju primenom tradicionalnih postupaka iz porodice generalnih linearnih modela, kao što su *t*-test, analiza varijanse, analiza kovarijanse i slično. Prilikom primene pomenutih parametrijskih postupaka, istraživači podrazumevaju da su pretpostavke za njihovo

korišćenje zadovoljene – pretpostavka o normalnosti distribucije, nezavisnosti opservacija i homogenosti varijanse. Međutim, istraživanja pokazuju da raspodela vremena reakcije ne zadovoljava praktično nijedan od pomenutih statističkih preduslova. Najozbiljniju (u smislu posledica koje ima po rezultate statističkih testova) i najviše istraživanu povredu uslova predstavlja odstupanje empirijske raspodele vremena reakcije od pretpostavljene normalne raspodele (Lachaud & Renaud, 2011; Whelan, 2008). Ublažavanje povrede ovog uslova, odnosno, aproksimacija normalne raspodele, dovodi i do delimičnog popravljavanja ostalih metodoloških problema, kao što je heteroskedastičnost raspodele vrednosti. Iz navedenih razloga u ovom radu fokus će biti stavljen na povredu uslova normalnosti raspodele.

Kao što je već pomenuto, distribucija vremena reakcije odstupa od pretpostavljene normalne raspodele; ona je pozitivno zakošena (Luce, 1986; Ratcliff, 1993; Van Zandt, 2000, 2002). Preciznije, distribucija vremena reakcije ima oblik eks-Gaussove raspodele, odnosno predstavlja spoj Gaussove i eksponencijalne distribucije (Heathcote, Popiel, & Mehwort, 1991; Hockley, 1984; Hohle, 1965; Ratcliff, 1978, 1979, 1981, 1993; Ratcliff & Murdock, 1976). Eks-Gaussova raspodela se opisuje pomoću tri parametra: aritmetička sredina ( $\mu$ ) i standardna devijacija ( $\sigma$ ) opisuju Gaussovu raspodelu, dok parametar tau ( $\tau$ ) opisuje deo koji predstavlja eksponencijalnu raspodelu (Ratcliff, 1993; Whelan, 2008). Iako je najistraženija i najčešće korišćena, eks-Gaussova distribucija nije jedina teorijska raspodela koja može da opiše distribuciju vremena reagovanja. U zavisnosti od ispitivanog procesa i primenjenog eksperimentalnog zadatka, raspodela vremena reakcije može da se opiše Waldovom, log-normalnom, reci-normalnom, gama, kao i Weibullovom raspodelom (Carpenter & Williams, 1995; Luce, 1986; Ratcliff, 1993). Tako, na primer, teorijska gama distribucija najbolje opisuje raspodelu vremena reakcije dobijenu u zadatku vizuelne pretrage. Sa druge strane, eks-Waldova distribucija najbolje opisuje distribuciju vremena reakcije dobijenu u zadatku leksičke odluke (Schwarz, 2001; Ratcliff, Van Zandt, & McKoon, 1999).

Da bi prevazišli problem odstupanja distribucije od pretpostavljene normalnosti, istraživači neretko pribegavaju transformaciji sirovih podataka (Mead, 1988). Najčešće korišćene transformacije su one iz porodice stepenskih i korenskih funkcija. Transformacija u ovom slučaju predstavlja primenu određene funkcije, kao one prikazane u Formuli 1, na dobijenim podacima (Box & Cox, 1964; Tukey, 1957):

$$x'_{\lambda} = \begin{cases} \frac{x^{\lambda} - 1}{\lambda} & \text{ako } \lambda \neq 0 \\ \log x & \text{ako } \lambda = 0 \end{cases} \quad (1)$$

u kojoj promenljiva  $x$  predstavlja originalnu empirijsku vrednost,  $\lambda$  označava eksponent i promenljiva  $x'_{\lambda}$  predstavlja novu, transformisanu, vrednost. Na ovaj način, početna distribucija vrednosti vremena reakcije približava se pretpostavljenoj normalnoj raspodeli. Kao i kod opisivanja raspodele vremena reakcije, izbor

transformacije zavisice od ispitivanog procesa i primenjenog eksperimentalnog zadatka. Tako, u eksperimentima koji koriste zadatak leksičke odluke, odnosno u kojima ispitanici treba da odluče da li je prikazani niz slova legitimna reč određenog jezika ili ne, najadekvatnije je koristiti recipročne vrednosti vremena reakcije. Sa druge strane, kada se ispituje obrada većih jezičkih celina, a ne izolovanih reči, merenjem, recimo, vremena potrebnog da se pročita određena rečenica, logaritmovanje distribucije predstavlja adekvatniju transformaciju (za više informacija videti Baayen & Milin, 2010).

Drugi problem koji se javlja prilikom obrade hronometrijskih podataka, u koje spada i vreme reakcije, jeste veliki broj odstupajućih (*outliers*) i istupajućih vrednosti (*extreme values*) u distribuciji ove mere. Odstupajuće vrednosti predstavljaju opservacije koje izrazito odstupaju od celokupne distribucije podataka na zavisnoj varijabli. Nasuprot njima, istupajuće vrednosti pokazuju izražena odstupanja vrednosti na nezavisnoj varijabli i, kao takve, najčešće su posledica greške prilikom izvođenja eksperimenta (Cook, 1977; Hocking, 1996). Obe vrste podataka mogu značajno da utiču na ocene parametara različitih statističkih analiza.

Da bi se problem odstupajućih i istupajućih vrednosti prevazišao, istraživačima su na raspolaganju dva postupka. Prvi postupak je korišćenje robusnih ocenjivača (Courvoisier & Renaud, 2010; Maronna, Martin, & Yohai, 2006; Wilcox, 2005). Na primer, istraživači kao meru centralne tendencije koriste medijanu (umesto aritmetičke sredine), odnosno kao meru odstupanja medijanu apsolutne devijacije (umesto standardne devijacije). Iako su manje osetljive na odstupajuće i istupajuće vrednosti od standardno korišćene aritmetičke sredine i standardne devijacije, ove ocene zanemaruju deo informacija sadržanih u vremenu reakcije te se zapravo retko koriste u istraživanjima.

Drugi, češće primenjivan postupak, je eliminisanje odstupajućih i istupajućih vrednosti (Ratcliff, 1993; Ulrich & Miller, 1994). Odluka o tome koje vrednosti će biti ocenjene kao odstupajuće, i stoga odbačene, donosi se primenom dva *ad hoc* kriterijuma; prvi se oslanja na standardnu devijaciju raspodele vremena reakcije, a drugi na vizuelnu inspekciju iste. Prvi kriterijum podrazumeva odbacivanje opservacija koje se nalaze ispod i iznad određene vrednosti standardne devijacije (Lachaud & Renaud, 2011). Iako eliminiše odstupajuće vrednosti, ovaj postupak često dovodi do odbacivanja više od 4% podataka. Važnije od broja odbačenih podataka jeste mogućnost da na ovaj način odbacimo podatke relevantne za istraživanje. Naime, efekti eksperimentalnih manipulacija mogu da se nalaze upravo u samim krajevima distribucije, te će nas primena ovog metoda ostaviti bez relevantnih podataka i, posledično, očekivanih efekata (Luce, 1986; Ratcliff, 1993). Sa druge strane, ukoliko se efekat manipulacije ne nalazi u krajevima distribucije, eliminacija podataka će podići snagu statističkog testa (Ratcliff, 1993; Van Zandt, 2002). Drugi *ad hoc* kriterijum koji se često koristi jeste odbacivanje odstupajućih vrednosti na osnovu vizuelne inspekcije raspodele dobijenih podataka. U ovom slučaju istraživači na osnovu oblika konkretne distribucije određuju donju i gornju granicu za odbacivanje odstupajućih vrednosti. Kada je reč o dozvoljenom procentu podataka koji će biti odbačeni, Ratcliff (1993) predlaže da se

može odbaciti najviše 5% svih vrednosti u slučaju distribucija sa velikim brojem opservacija u krajevima; kada to nije slučaj, može da se odbaci najviše 15% svih vrednosti. U novije vreme, umesto, ili uz, dva navedena kriterijuma, sve češće se koristi i takozvana kritika statističkog modela, koja se, za razliku od prethodno prikazanih tehnika, primenjuje tek nakon što su podaci statistički modelovani (Baayen & Milin, 2010). Ovaj postupak predstavlja dopunsku proveru valjanosti i robusnosti modela, a izvodi se tako što se elimiše podaci čije apsolutne standardizovane rezidualne vrednosti prelaze 2.5 standardne devijacije. Zatim se analiza ponovi na podskupu podataka i posmatra šta se dešava sa koeficijentima modela. Mogući su različiti ishodi kritike modela, a detaljnije ćemo ih obraditi u delu sa prikazom analize.

Navedene transformacije i metodi eliminacije podataka na osnovu *ad hoc* kriterijuma, iako čine podatke pogodnijim za primenu različitih statističkih procedura, mogu imati i određene nedostatke. Na primer, pri transformisanju prvobitne (sirove) distribucije, menjaju se osnovne vrednosti, tako da se konkretna raspodela približava pretpostavljenoj normalnoj distribuciji. Međutim, nove vrednosti, dobijene transformacijom, često se ne mogu jednostavno vratiti u originalne vrednosti, koje su razumljivije za interpretaciju (Baayen & Milin, 2010). Takođe, eliminisanje odstupajućih i istupajućih vrednosti, koje se primenjuje radi eliminisanja grešaka merenja i efekata koji nisu od interesa za istraživanje, može da dovede i do odbacivanja vrednosti koje jesu valjani indikatori fenomena i tako promeni efekte eksperimentalne manipulacije (Ratcliff, 1993; Van Zandt, 2002).

## Obrada vremena reakcije

Čak i u slučaju kada su statistički uslovi zadovoljeni, najčešće korišćene statističke procedure za analizu vremena reakcije zapravo ne bi trebalo da budu prvi izbor. Naime, u većini psiholoških eksperimenata dobijeni podaci se uprosečavaju, ili po ispitanicima ili po stimulusima, i sprovode odgovarajuće analize (ko)varijanse koje bi trebalo da pokažu da li eksperimentalna manipulacija (fiksni efekat) ostvaruje uticaj na vreme reakcije. Na ovaj način, ispitanici i stimulusi se nezavisno, u različitim analizama, tretiraju kao slučajni efekti, što i jesu. Slučajni efekti predstavljaju faktore čiji su nivoi izvučeni iz veće populacije. Sa druge strane, fiksni efekti, kakve su eksperimentalne manipulacije, odnose se na faktore sa fiksnim, najčešće malim, brojem nivoa, koje je moguće ponoviti (u narednom eksperimentu). To svakako nije moguće sa slučajnim efektima – naredni eksperiment će skoro redovno koristiti druge ispitanike i stimulse. Da bi se ustanovilo da li manipulacija ostvaruje značajan efekat na vreme reakcije, trebalo bi  $F$  statistike, dobijene u analizi po ispitanicima i po stimulusima, iskombinovati u jedan,  $\min F'$  (Clark, 1973). No, to se obično ne radi već se zaključuje da efekat postoji ukoliko su  $F$  statistici iz obe analize varijanse statistički značajni (Raaijmakers, Schrijnemakers, & Gremmen, 1999).

Metod koji nam omogućava istovremenu generalizaciju dobijenih rezultata na druge ispitanike i stimuluse, time što tretira više slučajnih efekata istovremeno (u ovom slučaju, ispitanike i stimuluse), jeste postupak koji je poznat pod nazivom Linearni mešoviti efekti (Baayen, Davidson, & Bates, 2008; Bates, 2005; Pinheiro & Bates, 2000).

Nasuprot tradicionalnim procedurama, linearni mešoviti efekti ocenjuju dodatne parametre (slučajne efekte). Iako slučajni efekti najčešće ne predstavljaju varijable pomoću kojih se odgovara na glavno istraživačko pitanje, oni su uključeni u model i tako omogućavaju kontrolu dodatnih izvora varijabilnosti zavisne varijable, na primer, onih koji potiču od ispitanika. Pored ovoga, slučajni efekti mogu služiti i za detaljnije ispitivanje fenomena, razmatranjem njihovih odnosa sa fiksnim efektima. Slučajni efekti se računaju pomoću najboljih linearnih nepristrasnih prediktora (*Best linear unbiased predictor* – BLUP), slično kao što se fiksni efekti računaju uz pomoć najboljih linearnih nepristrasnih ocena (*Best linear unbiased estimator* – BLUE).

U kontekstu psiholoških istraživanja, pomoću ovog metoda, odsečak funkcije se prilagođava, prema svakom pojedinačnom ispitaniku i stimulusu, posebno. Drugim rečima, model uzima u obzir dodatne informacije koje su proizvod razlika koje postoje između ispitanika, odnosno stimulusa. Takođe, istim postupkom je moguće prilagođavati i nagib funkcije za svakog ispitanika i za svaki stimulus. Kako nema potrebe za početnim uprosečavanjem vrednosti, modeluju se pojedinačni odgovori određenog ispitanika na određeni stimulus, što svakako omogućava bolji uvid u fenomen (Baayen & Milin, 2010).

U tekstu koji sledi pomoću primera ćemo objasniti primenu tehnike linearnih mešovitih efekata. Prikaz analize će biti fokusiran na praktične aspekte statističke obrade podataka ovom tehnikom. Čitaoci koji žele da saznaju više o tehničkim i matematičkim detaljima ove metode, kao i njenoj prednosti nad pomenutim tradicionalnim metodama, upućuju se na odgovarajuću literaturu (Baayen, Davidson, & Bates, 2008; Baayen & Milin, 2010; Jaeger, 2008; Pinheiro & Bates, 2000).

## Prikaz analize

U ovom radu ćemo prikazati jednu standardnu obradu vremena reakcije korišćenjem linearnih mešovitih efekata u besplatnom statističkom programu R (<http://www.r-project.org/>). Paket pomoću kojeg se sprovodi analiza mešovitih modela je `lme4` (Bates, Maechler, & Bolker, 2013), a dodatno će nam biti potrebni i paketi `languageR` (Baayen, 2011), `car` (Fox & Weisberg, 2013) i `MASS` (Venables & Ripley, 2002).

## Korišćeni podaci

Za potrebe ovog rada koristili smo podatke dobijene u eksperimentu u kojem su ispitanici ( $N = 77$ ) čitali rečenice. Nacrtno je bio trofaktorski ( $2 \times 2 \times 2$ ), sa još tri

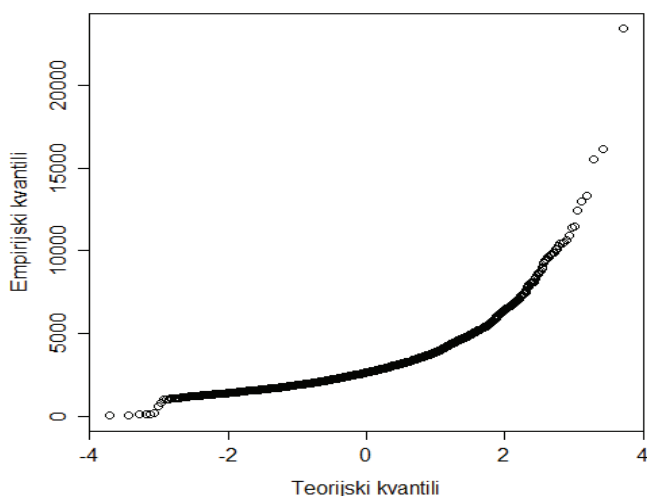
kovarijable. Detaljniji prikaz nacрта eksperimenta, matrica podataka korišćena u ovom radu, kao i istorija statističke obrade, nalaze se na sledećoj adresi: <http://le-pns.psihologija.edu.rs/radanovicvaci2013/>. Matrica nazvana `podaci` objedinjuje sirova vremena reakcija za 77 ispitanika na 64 rečenice, u odgovarajućoj kombinaciji faktora.

## Ispitivanje raspodele zavisne varijable

U prvoj, pripremnoj fazi obrade, ispitan je oblik distribucije vremena reakcije korišćenjem kvantil-kvantil grafika.

```
> qqnorm(dat$RT)
```

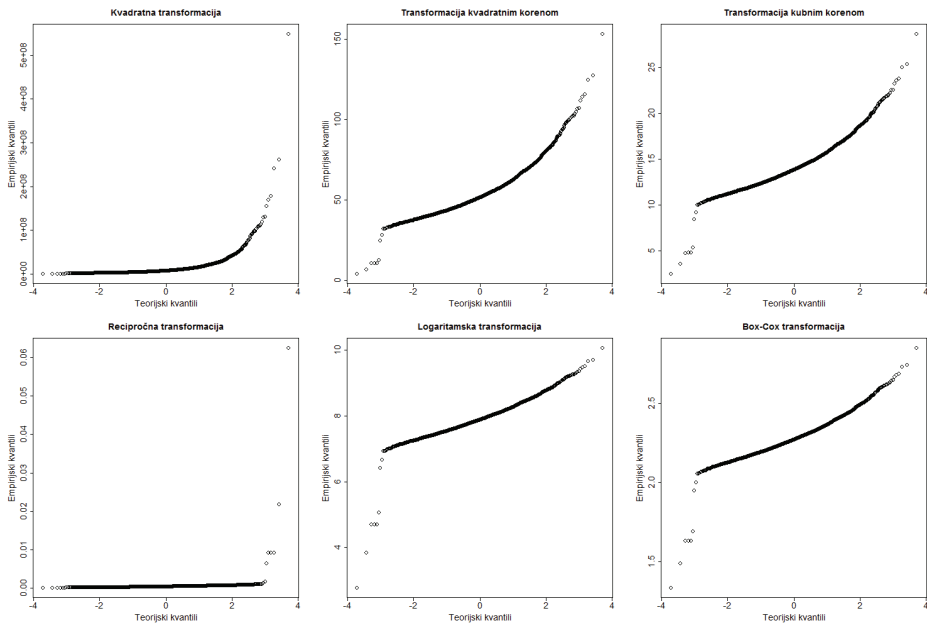
Na apscisi grafika prikazanog na Slici 1 nalaze se kvantili standardne normalne distribucije, odnosno vrednosti očekivane pod pretpostavkom normalne raspodele, dok se na ordinati nalaze kvantili empirijske distribucije. Da bi empirijska distribucija bila normalna, njeni kvantili bi trebalo da se poklapaju sa onim standardne normalne, odnosno, podaci bi trebalo da prate ravnu liniju, sa nagibom 1. Na osnovu grafika vidimo da to ovde nije slučaj, odnosno da sirove vrednosti vremena reakcije odstupaju od normalne raspodele.



Slika 1. Kvanti-kvantil grafik originalnih vrednosti vremena reakcije

Sledeći korak u obradi vremena reakcije predstavlja približavanje empirijske distribucije pretpostavljenoj normalnoj raspodeli. Transformacije koje ćemo koristiti su sledeće: kvadratna  $/(dat\$RT)^2/$ , transformacija kvadratnim korenom  $/\sqrt{dat\$RT}/$ , transformacija kubnim korenom  $/(dat\$RT)^{1/3}/$ , recipročna  $/(1/(dat\$RT))$ , logaritamska  $/(log(dat\$RT))$  i Box-Cox transformacija (Box & Cox, 1964). Box-Cox transformacija, kao i ostale navedene tran-

sformacije, podrazumeva podizanje sirovih vrednosti date varijable na određeni eksponent. Nasuprot transformacijama sa već unapred definisanim eksponentima, Box-Cox funkcija nam omogućava da pronađemo optimalnu vrednost eksponenta za varijablu od interesa. Optimalni eksponent se dobija primenom funkcije `powerTransform()` iz paketa `car` (Fox & Weisberg, 2013), koja je, u našem slučaju dala eksponent 0.1041785, tako da smo vrednosti transformisane Box-Cox transformacijom dobili na sledeći način  $(\text{dat}\$RT)^{0.1041785}/3$ . Odluka o tome koja je transformacija najadekvatnija zasniiva se na poređenju kvantil-kvantil grafika transformisanih distribucija, prikazanih na Slici 2.



Slika 2. Transformacije vrednosti vremena reakcije

Pregledom Slike 2 uočavamo da logaritamska i Box-Cox transformacija daju vrlo slične transformisane distribucije koje, više od ostalih, približavaju empirijske vrednosti standardnim normalnim. Razlog za sličnost ovih dveju distribucija je taj što se logaritamska transformacija može izjednačiti sa podizanjem vrednosti na 0, a eksponent dobijen Box-Cox transformacijom je vrlo blizu 0 (Fox, 2002). Stoga ćemo u daljim analizama koristiti logaritmovano vreme reakcije  $\text{dat}\$lRT = \log(\text{dat}\$RT)$ , s obzirom na to da je tumačenje rezultata dobijenih na ovako transformisanim podacima jednostavnije nego u slučaju podizanja vrednosti na neki specifičan eksponent (u našem slučaju 0.104). Čak je i direktno tumačenje rezultata na logaritmovanim podacima lakše, ali ono zapravo nije ni potreb-

<sup>3</sup> Box-Cox transformacija se može naći i u paketu `MASS`, gde se dobija primenom funkcije `boxcox()`.



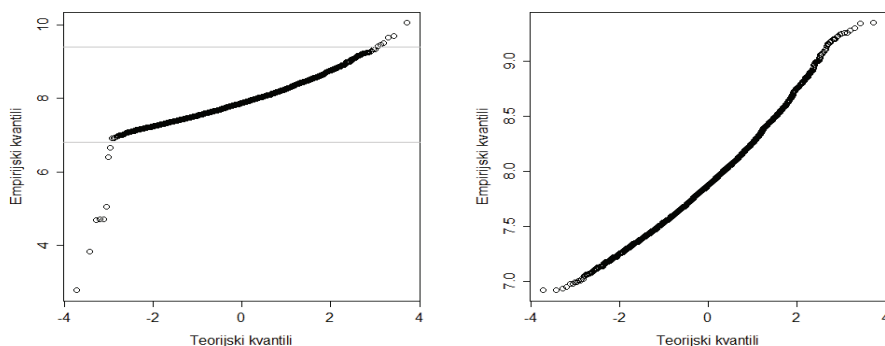
no jer logaritamska transformacija omogućava da se vrednosti jednostavno vrate u prvobitnu skalu. Da bi se logaritmovane vrednosti vratile na skalu izraženu u milisekundama, dovoljno je transformisati ih eksponencijalnom funkcijom.

## Odbacivanje istupajućih i odstupajućih opservacija

Nakon što smo aproksimirali očekivanu normalnu raspodelu logaritmovanjem vremena reakcije, potrebno je odbaciti odstupajuće i istupajuće vrednosti. Prvi korak u odbacivanju ovih vrednosti predstavlja eliminisanje svih vrednosti koje su posledica greške u izvođenju eksperimenta, na primer, vrednosti vremena reakcije ispod 100 milisekundi i iznad 5 sekundi. Drugi korak u odbacivanju odstupajućih i istupajućih vrednosti predstavlja vizuelna inspekcija raspodele i definisanje granica ispod i iznad koje se odbacuju vrednosti. Na Slici 3, levi grafik, prikazane su granice za odbacivanje vrednosti, a u narednom koraku smo i odbacili neobuhvaćene vrednosti i izračunali procenat odstranjenih opservacija.

```
> dat2 = dat[dat$lRT >= 6.8 & dat$lRT <= 9.4,]
> (nrow(dat) - nrow(dat2)) / nrow(dat) * 100
[1] 0.2840909
```

Kao što se može primetiti, odstranjeno je svega 0.28% opservacija, a transformisanjem i odbacivanjem vrednosti popravili smo normalnost i simetričnost distribucije (Slika 3, desni grafik).



Slika 3. Logaritmovano vreme reakcije sa (levi grafik) i bez odstupajućih vrednosti (desni grafik)

## Modelovanje podataka

Konačno, nakon navedenih koraka pripreme, podaci su spremni za statističku obradu. Kao što smo već rekli, podatke ćemo obraditi LME postupkom. Funkcija koju koristimo za kreiranje modela je `lmer()`. U prvom koraku ispitujemo efekte određene kao slučajne: efekte ispitanika (varijabla `Ispitanik`) i stimulusa (vari-

jabla Stimulus). Slučajni efekti će, za početak, biti specifikovani pomoću izraza:  $(1|Ispitanik)$  i  $(1|Stimulus)$ , što znači da će model praviti prilagođavanja odsečka za svakog ispitanika i za svaki stimulus, uzimajući u obzir da su neki ispitanici generalno brži, dok su drugi sporiji, kao i da su neki stimulusi lakši, odnosno drugi teži za obradu. Ovakav tretman slučajnih efekata je vrlo sličan tretmanu fiksnih efekata u tradicionalnim linearnim modelima. Međutim, za razliku od fiksnih, slučajni efekti su definisani kao slučajne promenljive. U skladu sa tim, model ne daje procene regresionih koeficijenata za ove varijable već samo procenjuje njihovu varijansu.

Dakle, u prvi, početni model uključili smo varijansu ispitanika. Nakon toga napravljen je i drugi model u koji je, pored varijanse ispitanika, dodata i varijansa stimulusa. Poređenjem ova dva, "ugnježdena", modela možemo ispitati da li varijansa stimulusa, pored varijanse ispitanika, utiče na vreme reakcije. Sličnim poređenjem modela može se ispitati i da li je opravdano uvoditi nove prediktore i kompleksnije strukture odnosa.

Odgovor na pitanje da li uvođenje dodatnih parametara ima opravdanja, odnosno da li je fit novog, složenijeg modela značajno bolji, dobićemo primenom testa odnosa verodostojnosti (*likelihood ratio test*). Vrednosti test statistika imaju distribuciju koja se može aproksimirati hi-kvadrat raspodelom, što dopušta testiranje značajnosti razlika između dva modela, jednostavnijeg i složenijeg, pomoću *F*-testa. Dodatno su nam na raspolaganju i indeksi fita modela, pomoću kojih neki autori direktno porede modele, odnosno, ne upotrebljavaju prethodno navedeni test. Indeksi koje možemo koristiti su: Akaikeov informacioni kriterijum (AIC), Bayesov informacioni kriterijum (BIC) i logaritam verodostojnosti.

```
> lmer1 <- lmer(lRT ~ (1|Ispitanik), data = dat2)
> lmer2 <- lmer(lRT ~ (1|Ispitanik) + (1|Stimulus), data = dat2)
> anova(lmer1, lmer2)

Data: dat2
Models:
lmer1: lRT ~ (1|Ispitanik)
lmer2: lRT ~ (1|Ispitanik) + (1|Stimulus)
      Df      AIC      BIC logLik Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
lmer1  3 1802.40 1821.90 -898.20
lmer2  4  954.95  980.95 -473.47 849.46      1 < 2.2e-16 ***
--
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Na osnovu prikazanog ispisa možemo uočiti da model, koji uzima u obzir varijansu ispitanika i stimulusa, bolje opisuje podatke od modela koji uključuje samo varijansu ispitanika. Pre svega, vrednost testa odnosa verodostojnosti, kao i

odgovarajuća  $p$  vrednost, pokazuju da drugi model značajno bolje objašnjava dobijene podatke. Takođe, AIC i BIC vrednosti su niže, a log verodostojnosti bliži nuli u drugom modelu. Na osnovu navedenih pokazatelja, dakle, vidimo da je opravdano uključiti u model i varijansu stimulusa, pored varijanse ispitanika.

U drugom koraku ispitujuemo efekte kontrolnih varijabli: redosleda izlaganja stimulusa (`Redosled`), broja reči u rečenici (`BrojReci`) i logičnosti rečenice (`Logicnost`), koje uključujemo u model kao fiksne efekte; takođe, u modelu ostaju prethodno ispitani slučajni efekti. Uticaj kontrolnih varijabli je, takođe, ispitan poređenjem ugnježenih modela. Rezultati pokazuju da sva tri kontrolna prediktora ostvaruju značajan uticaj na vreme reakcije, odnosno, potrebno ih je zadržati u modelu. Kao što je prethodno navedeno, za slučajne efekte se procenjuje samo varijansa. Ove procene se mogu pronaći u ispisu modela odmah ispod indeksa fita modela.

```
> print (lmer2 <- lmer (lRT ~ Redosled + BrojReci + Logicnost +
(1|Ispitanik) + (1|Stimulus), data = dat2), cor = FALSE)

Linear mixed model fit by REML

Formula: lRT ~ Redosled + BrojReci + Logicnost + (1|Ispitanik)
+ (1|Stimulus)

Data: dat2

AIC   BIC logLik deviance REMLdev
681.1 726.6 -333.5   626.7   667.1

Random effects:

Groups      Name          Variance Std.Dev.
Stimulus   (Intercept)  0.010152 0.10076
Ispitanik  (Intercept)  0.059740 0.24442
Residual                    0.056192 0.23705

Number of obs: 4914, groups: Stimulus, 512; Ispitanik, 77

Fixed effects:

              Estimate Std. Error t value
(Intercept)  7.0614036   0.0548689  128.70
Redosled     -0.0004851   0.0000951   -5.10
BrojReci      0.0978362   0.0048824   20.04
Logicnost    -0.0145919   0.0033919   -4.30
```

U drugom delu ispisa nalaze se rezultati testiranja fiksnih efekata –  $b$  koeficijent, standardna greška i  $t$  vrednost. Ono što nedostaje jeste procena  $p$  vrednosti. U `lme4` paketu nije implementirana procena  $p$  vrednosti, jer trenutno nije jasno

kako izračunati odgovarajući broj stepeni slobode. Međutim, istraživači ipak imaju mogućnost da izračunaju  $p$  vrednosti primenom Markovljevi lanci Monte Carlo (MCMC) metode uzorkovanja, što će biti prikazano kasnije.

Bez obzira na nedostatak  $p$  vrednosti,  $t$  vrednosti veće od 1.96, s obzirom na veličinu matrice podataka, standardno se smatraju značajnim. U našem primeru, dakle, svi kontrolni prediktori prelaze kritičnu vrednosti i mogu se smatrati značajnim. Efekti su u skladu sa očekivanjima: ispitanici se sa protokom vremena uvežbavaju (kasnije izlagani stimulusi čitaju se brže), duže rečenice čitaju se sporije, a logičnije rečenice su lakše za obradu.

U narednom koraku ispitujeemo uticaj varijabli kojima smo manipulirali u eksperimentu. Uticaj faktora je, takođe, ispitan poređenjem ugnježenih modela, na način prikazan iznad. Rezultati pokazuju da sva tri faktora značajno utiču na vreme reakcije, odnosno da se fit modela popravljaju iako je model kompleksniji, odnosno broj stepeni slobode manji. U prikazima narednih modela navodićemo samo deo ispisa koji sadrži informacije različite u odnosu na prethodni model. U slučaju trenutnog modela, to je deo sa rezultatima testiranja fiksnih efekata.

```
> print(lmer3 <- lmer(LRT ~ Redosled + BrojReci + Logicnost +
Sistem + Akcija + Vreme + (1|Ispitanik) + (1|Stimulus), data =
dat2), cor = FALSE)
```

Fixed effects:

	Estimate	Std. Error	t value
(Intercept)	7.1890109	0.0640780	112.19
Redosled	-0.0004846	0.0000950	-5.10
BrojReci	0.0795735	0.0063635	12.50
Logicnost	-0.0110130	0.0038335	-2.87
SistemRazliciti	-0.0297653	0.0125509	-2.37
AkcijaZamisljena	0.0568414	0.0149155	3.81
VremeSukcesivno	0.0346777	0.0114763	3.02

Kao i u prethodnom slučaju, značajnost parametara procenjujemo na osnovu veličine  $t$  vrednosti. Rezultati pokazuju da je faktor *Sistem* značajan prediktor vremena reakcije. Rečenice u kojima su opisane akcije koje angažuju različite senzomotorne sisteme brže se obrađuju u odnosu na rečenice sa dve akcije koje angažuju isti senzomotorni sistem. Dalje, opisivanje akcije kao zamišljene dovodi do sporije obrade. Konačno, rečenice koje opisuju radnje koje se sukcesivno izvršavaju obrađuju se sporije od onih koje opisuju akcije koje se simultano odvijaju.

Da bismo u potpunosti ispitali strukturu fiksnih efekata, testirali smo i mogućće interakcije. Kako se nijedna interakcija nije pokazala značajnom, prelazimo na ispitivanje strukture slučajnih efekata. Na samom početku modelovanja demonstrirali smo potrebu za uvođenjem slučajnih odsečaka, odnosno prilagođavanja odsečka za svakog ispitanika i za svaki stimulus. Sada, pak, testiramo opravdanost

uvođenja slučajnih nagiba, odnosno dodatnih podešavanja nagiba prediktora, za svakog ispitanika i/ili za svaki stimulus. Potrebu za podešavanjem odsečka i nagiba ilustrovaćemo primerom. Nekada se desi da se spori ispitanici, odnosno oni kojima je vreme reakcije duže, ubrzavaju tokom eksperimenta. Sa druge strane, brzi ispitanici postaju sporiji tokom eksperimenta. Dakle, efekat redosleda izlaganja stimulusa se razlikuje za ove dve grupe ispitanika. Iz navedenog primera, jasno je da, pored odsečka i nagiba, u modelu može postojati i korelacija ove dve komponente koju ćemo prikazati nakon testiranja slučajnih nagiba.

Kada se donosi odluka o tome za koji će prediktor biti proveravana podešavanja nagiba, posmatra se u kakvom odnosu stoje slučajni efekat i prediktor. Ukoliko su prediktori karakteristike slučajnog efekta, na primer, stimulusa, odnosno ukoliko potiču od njega, nije smisleno testirati dodatna podešavanja nagiba za taj slučajni efekat. Na primer, broj reči u rečenici, odnosno njena dužina, karakteristika je korišćenih stimulusa. Stoga je opravdano ispitivati podešavanje nagiba prediktora `BrojReci` samo za slučajni efekat ispitanika. Slično je i kod ostalih prediktora, te smo proverili potrebu za dodatnim podešavanjima nagiba fiksnih efekata samo za ispitanike.

Da bi se testirala opravdanost uvođenja slučajnog nagiba nekog prediktora, prvo se u model, koji već sadrži  $(1|Ispitanik)$ , odnosno slučajna podešavanja nagiba za ispitanike, uvodi  $(0+BrojReci|Ispitanik)$ , odnosno izraz koji kaže modelu da treba da uzme u obzir slučajna podešavanja nagiba varijable `BrojReci` za ispitanike, i to bez uključivanja korelacije između odsečka i nagiba (o tome govori 0). Zatim se upoređi model koji sadrži samo slučajne odsečke sa modelom koji sadrži i prilagođavanja nagiba, poređenjem ugnježenih modela. Ovu proceduru smo ponovili za svaki prediktor pojedinačno i pokazano je da samo `BrojReci` zahteva ovakva prilagođavanja. Linearni koeficijent varijable `BrojReci` iznosio je 0.080, a sa neophodnim prilagođavanjima kretao se u rasponu od 0.066 do 0.150, za različite ispitanike. Ova prilagođavanja dobijena su pomoću `/ranef(lmer3A)$Ispitanik/`. Ono što nam govore navedena podešavanja nagiba jeste to da izraženost efekta dužine rečenice varira u zavisnosti od ispitanika. Fiksni efekti su ostali nepromenjeni tako da nećemo prikazati deo ispisa koji se odnosi na njih.

```
> print(lmer3A <- lmer(lRT ~ Redosled + BrojRe-
ci + Logicnost + Sistem + Akcija + Vreme + (1|Ispitanik) +
(0+BrojReci|Ispitanik) + (1|Stimulus), data = dat2), cor =
FALSE)
```

Random effects:

Groups	Name	Variance	Std.Dev.
Stimulus	(Intercept)	0.00935121	0.096702
Ispitanik	BrojReci	0.00014876	0.012197
Ispitanik	(Intercept)	0.05048916	0.224698
Residual		0.05588115	0.236392

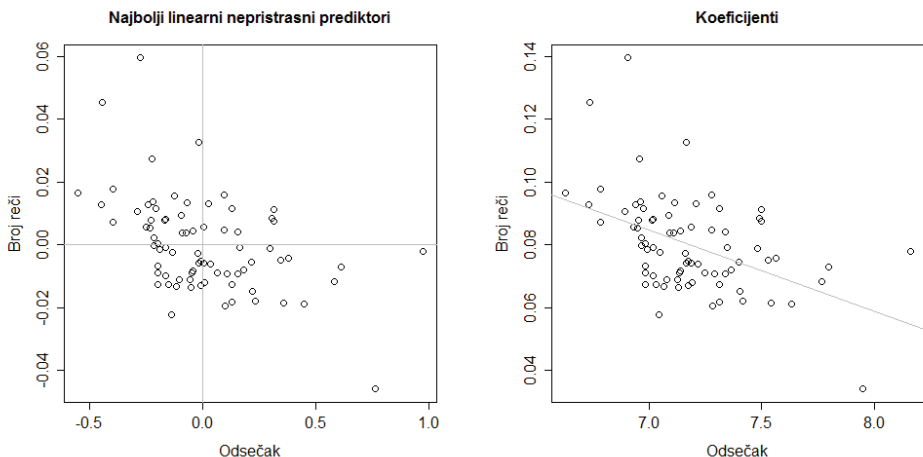
Ostaje još da ispitamo potencijalnu interakciju između slučajnog odsečka i slučajnog nagiba prediktora *BrojReci* za različite subjekte. To ćemo uraditi uvođenjem  $(1+BrojReci|Ispitanik)$  u model. Ovaj model se pokazao značajno boljim od prethodnog i ispis koji se odnosi na slučajne efekte prikazujemo ispod.

```
> print(lmer3B <- lmer(lRT ~ Redosled + BrojReci + Logicnost + Sistem + Akcija + Vreme + (1+BrojReci|Ispitanik) + (1|Stimulus), data = dat2), cor = FALSE)
```

Random effects:

Groups	Name	Variance	Std.Dev.	Corr
Stimulus	(Intercept)	0.00919387	0.095885	
Ispitanik	(Intercept)	0.10368060	0.321995	
	BrojReci	0.00052636	0.022942	-0.652
Residual		0.05551567	0.235618	

Kao novina u ispisu može se primetiti kolona koja sadrži korelaciju između podešavanja odsečka za ispitanike i nagiba varijable *BrojReci*. Ova korelacija, s obzirom na negativni predznak, govori nam da je efekat dužine rečenice izraženiji za brže ispitanike nego za sporije. Korelacija je lako uočljiva na graficima na Slici 4. Na levom grafiku, koji prikazuje podešavanja odsečka za ispitanike i nagiba varijable *BrojReci*, može se primetiti da brži ispitanici (negativna podešavanja odsečka) imaju pozitivna podešavanja za varijablu *BrojReci*, i obrnuto – sporiji ispitanici (pozitivna podešavanja odsečka) imaju negativna podešavanja za *BrojReci*. Slično je i na desnom grafiku koji prikazuje (korigovane) koeficijente: brži ispitanici (mali odsečak) imaju veći koeficijent i obrnuto.



Slika 4. Model *lmer3B.t*: Najbolji linearni nepristrasni prediktori za slučajan efekat ispitanika (levi grafik) i odgovarajući koeficijenti (desni grafik)

## Kritika modela

Poslednji korak pri obradi podataka predstavlja statistička kritika modela, tj. odbacivanje odstupajućih i istupajućih opservacija. Pre modelovanja podataka odbačeni su fizički nemogući odgovori, kao i opservacije koje su uočljivo odstupale od celokupne distribucije odgovora. U fazi kritike modela odbacuju se sve vrednosti čiji reziduali prelaze 2.5 standardne devijacije. Na ovaj način dodatno normalizujemo raspodelu rezidualnih vrednosti.

Kritika linearnog modela može da dovede do tri ishoda. Prvo, koeficijenti koji su bili značajni pre kritike, mogu postati neznačajni nakon nje. Ovakav ishod govori o tome da su istupajuće vrednosti podizale značajnost parametara i njihovim odbacivanjem procena značajnosti postaje tačnija. Drugo, koeficijenti koji nisu bili značajni, ili su bili granično značajni, nakon kritike modela mogu postati značajni. Ovo nam govori o tome da su odstupajuće vrednosti prikrivale stvarni efekat. Treće, kritika modela, kao u našem slučaju, ne dovodi do promene početne procene značajnosti. Drugim rečima, odstupajuće i istupajuće vrednosti nisu uticale na strukturu efekata. To znači da su reziduali, već u osnovnom modelu, imali približno normalnu raspodelu, i da je, prema tome, model robustan.

Kritika modela se sprovodi dodavanjem argumenta `/subset = abs(scale(resid(lmer3B))) < 2.5` / u prvobitnu funkciju, koji govori modelu da uzima u obzir samo one vrednosti čije apsolutni standardizovani reziduali ne prelaze 2.5 standardne devijacije.

```
> print(lmer3B.t <- lmer(lRT ~ Redosled + BrojReci + Logicnost + Sistem + Akcija + Vreme +
(1+BrojReci|Ispitanik) + (1|Stimulus), data = dat2, subset =
abs(scale(resid(lmer3B))) < 2.5), cor = FALSE)
Linear mixed model fit by REML
Formula: lRT ~ Redosled + BrojReci + Logicnost + Sistem + Akcija + Vreme + (1+BrojReci| Ispitanik) + (1|Stimulus)
Data: dat2
Subset: abs(scale(resid(lmer3B))) < 2.5
   AIC   BIC logLik deviance REMLdev
-107.6 -29.82  65.8  -192.8  -131.6
Random effects:
Groups   Name          Variance  Std.Dev.  Corr
Stimulus (Intercept)  0.00954277  0.097687
Ispitanik (Intercept) 0.11520024  0.339412
          BrojReci    0.00059437  0.024380 -0.692
Residual                0.04640099  0.215409
Number of obs: 4828, groups: Stimulus, 512; Ispitanik, 77
Fixed effects:
```

	Estimate	Std. Error	t value
(Intercept)	7.161e+00	6.840e-02	104.70
Redosled	-4.799e-04	8.795e-05	-5.46
BrojReci	8.144e-02	6.814e-03	11.95
Logicnost	-1.015e-02	3.750e-03	-2.71
SistemRazliciti	-2.766e-02	1.225e-02	-2.26
AkcijaZamisljena	5.761e-02	1.456e-02	3.96
VremeSukcesivno	2.603e-02	1.121e-02	2.32

Kao što je rečeno, kritika modela nije dovela do promene značajnosti prediktora u modelu. Sa druge strane, veličina regresionih koeficijenata prediktora se promenila. Tako, pre kritike modela regresioni koeficijent za faktor `Sistem` bio je -0.030, a nakon kritike je -0.028. Slična situacija je sa faktorom `Akcija` kod kojeg je, pre kritike modela, koeficijent bio 0.057 a nakon kritike je 0.058. Konačno, u slučaju faktora `Vreme` koeficijent pre kritike modela bio je 0.035 a nakon kritike 0.026.

## Procena značajnosti prediktora

Iako paket `lme4` ne daje procene  $p$  vrednosti, njih je moguće izračunati pomoću Markovljevi lanci Monte Carlo metode uzorkovanja, osim u slučaju kada postoji korelacija odsečka i nagiba funkcije, kada ne postoji mogućnost da se izračunaju  $p$  vrednosti. Stoga ćemo Monte Carlo metodu uzorkovanja koristiti samo na modelu kod kojeg nemamo definisanu interakciju slučajnog i fiksnog efekta, kakav je model `lmer3A`. Procene  $p$  vrednosti su izračunate pomoću funkcije `pvals.fnc()` paketa `languageR` (Baayen, 2011).

```
> print(pvals.fnc(lmer3A, nsim=10000, ndigits=4))
```

```
$fixed
```

	Estimate	MCMCmean	HPD95lower	HPD95upper
pMCMC Pr(> t )				
(Intercept)	7.1955	7.1962	7.0951	7.3004
0.0001 0.0000				
Redosled	-0.0005	-0.0005	-0.0007	-0.0003
0.0001 0.0000				
BrojReci	0.0790	0.0791	0.0668	0.0918
0.0001 0.0000				
Logicnost	-0.0111	-0.0112	-0.0181	-0.0046
0.0010 0.0040				
SistemRazliciti	-0.0295	-0.0296	-0.0526	-0.0077
0.0086 0.0199				
AkcijaSimulirana	0.0572	0.0569	0.0306	0.0827
0.0001 0.0001				



VremeSukcesivno	0.0352	0.0349	0.0156	0.0560
0.0006	0.0024			
\$random				
1 Stimulus (Intercept)	0.0978	0.0797	0.0798	
0.0712	0.0883			
2 Ispitanik BrojReci	0.0246	0.0251	0.0252	
0.0213	0.0291			
3 Residual	0.2385	0.2419	0.2419	
0.2365	0.2469			

Prvi deo ispisa se odnosi na fiksne efekte u modelu, dok se drugi deo odnosi na slučajne efekte. Rezultati sadrže izračunate intervale verodostojnosti (HPD-95<sub>lower</sub>, HPD95<sub>upper</sub>) za svaki od prediktora, kao i procenu  $p$  vrednosti.<sup>4</sup> Na osnovu  $p$  vrednosti vidimo da su svi prediktori procenjeni kao značajni. Kao što je već rečeno, kovarijable u modelu ostvaruju očekivani uticaj: prvo, redosled izlaganja ima facilitatorni efekat, tj. ispitanici se uvežbavaju; drugo, broj reči u rečenici ima inhibitorni efekat, tj. duže rečenice se sporije čitaju; treće, logičnost ostvaruje facilitatorni efekat – što je rečenica logičnija, brže se obrađuje. Dalje, svi faktori u modelu su procenjeni kao značajni. Rezultati pokazuju da se rečenice sa dve akcije koje angažuju isti senzomotorni sistem sporije obrađuju u odnosu na rečenice sa dve akcije koje angažuju različite senzomotorne sisteme. Takođe, rečenice sa akcijama koje su opisane kao zamišljene zahtevaju više vremena za obradu. Konačno, rečenice sa akcijama koje stoje u sukcesivnom odnosu sporije se obrađuju u odnosu na rečenice sa simultanim odnosom.

## Zaključak

U ovom radu je prikazan praktični pristup analizi vremena reakcije, sa osvrtom na važnija metodološka pitanja koja se javljaju u procesu obrade. Iako postoje situacije u kojima je potrebno analizirati vreme reakcije na specifičan način, postupak prikazan u ovom radu može se smatrati generalnom preporukom koja će adekvatno odgovoriti na potrebe istraživača u većini slučajeva.

Podaci su obrađeni analizom linearnih mešovityh efekata u statističkom okruženju R. Osim donekle drugačije pripreme podataka, prikazana obrada ne zahteva nikakve dodatne kvalifikacije istraživača – u potpunosti ju je moguće izvesti sa

<sup>4</sup> Monte Carlo metode se zasnivaju na Bayesovom statističkom pristupu. Računanje parametara se u Bayesovskoj statistici sprovodi na nešto drugačiji način od onog u tzv. frekvencionističkoj statistici (Neyman & Pearson, 1933), tako da je potrebno usvojiti razliku u interpretaciji intervala verodostojnosti (Bayesova statistika) i intervala poverenja (frekvencionistička statistika). Osnovna pretpostavka frekvencionističke statistike je da se isti eksperiment ponavlja veliki broj puta. Stoga će interval poverenja u 95% svih slučajeva ponavljanja eksperimenta sadržati vrednost parametra. Nasuprot tome, intervali verodostojnosti omogućuju da se dobijene vrednosti tumače kao 95% verovatnoća da se parametar nalazi u izračunatom intervalu.

generalnim poznavanjem analiza iz porodice generalnih linearnih modela. Takođe, ukoliko istraživač nije upoznat sa statističkim okruženjem korišćenim u ovom radu, analizu je moguće spovesti i u komercijalnim programima, poput SPSS-a.

U radu je istaknuta podesnost korišćenog modela za obradu vremena reakcije, kao i prednosti analize nad tradicionalnim tehnikama iz porodice generalnih linearnih modela. To je, pre svega, mogućnost modelovanja slučajnih efekata – u našem slučaju, ispitanika i stimulusa. U statističkom smislu, prestanak potrebe za uprosečavanjem vrednosti, po ispitanicima i/ili stimulusima, omogućava da se odsečak funkcije prilagođava prema svakom ispitaniku i stimulusu. Dodatno, moguće je prilagođavati i nagib funkcije za svakog ispitanika i stimulus. Iz istraživačkog ugla, omogućena je kontrola neželjene varijanse, i posledično, olakšana je generalizabilnost na druge objekte istraživanja kao u našem slučaju, ali i, recimo, praćenje individualnih promena tokom vremena. Bez obzira na to u koje svrhe se koristi, eksplicitno modelovanje slučajnih izvora varijabiliteta zavisne varijable i ispitivanje njihove veze sa fiksnim efektima značajno povećava informativnost, a verovatno i validnost dobijenih rezultata.

Prikazani način obrade nije ograničen na modelovanje vremena reakcije niti na fenomene pri čijem se ispitivanju ono najčešće koristi. Uz male modifikacije prikazani metod može biti primenjen i za analizu bilo kog fenomena pri čijem se ispitivanju javljaju korelirani podaci, bilo zbog grupisanja ispitanika/stimulusa, odnosno hijerarhijske strukture podataka, bilo zbog ponovljnih merenja na istim ispitanicima/stimulusima, što je u psihološkim disciplinama čest slučaj.

## Reference

- Baayen, R. H. (2011). LanguageR: Data sets and functions with "Analyzing Linguistic Data: A practical introduction to statistics". Available from <http://cran.r-project.org/web/packages/languageR/index.html> (R package version 1.4).
- Baayen, R. H., & Milin, P. (2010). Analyzing Reaction Times. *International Journal of Psychological Research*, 3, 12–28.
- Baayen, R. H., Davidson, D. J., & Bates, D. (2008). Mixed-effects modeling with crossed random effects for subjects and items. *Journal of Memory and Language*, 59, 390–412.
- Bates, D. M. (2005). Fitting linear mixed models in R. *R News*, 5, 27–30.
- Bates, D., Maechler, M., & Bolker, B. (2013). Lme4: Linear mixed-effects models using s4 classes [Computer software manual]. Available from <http://cran.r-project.org/web/packages/lme4/index.html> (R package version 0.999999-2).
- Box, G. E. P., & Cox, D. R. (1964). An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 26, 211–252.
- Carpenter, R. H. S., & Williams, M. L. L. (1995). Neural computation of log likelihood in the control of saccadic eye movements. *Nature*, 377, 59–62.

- Clark, H. H. (1973). The language-as-fixed-effect fallacy: A critique of language statistics in psychological research. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 12, 335–359.
- Cook, D. R. (1977). Detection of influential observations in linear regression. *Technometrics*, 19, 15–18.
- Courvoisier, D. S., & Renaud, O. (2010). Robust analysis of the central tendency, simple and multiple regression and ANOVA: A step by step tutorial. *International Journal of Psychological Research*, 3, 78–87.
- Der, G., & Deary, I. J. (2006). Age and sex differences in reaction time in adulthood: results from the UK Health and Lifestyle Survey. *Psychology and Aging*, 2, 62–73.
- Dibbets, P., Maes, J. H. R., & Vossen, J. M. H. (2002). Contextual dependencies in a stimulus equivalence paradigm. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 55, 97–119.
- Fields, I., Landon-Jimenez, D. V., Buffington, D. M., & Adams, B. J. (1995). Maintained nodal distance effects after equivalence class formation. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 64, 129–146.
- Fox, J. (2002). *An R and S-Plus Companion to Applied Regression*. California: Sage Publications.
- Fox, J., & Weisberg, S. (2013). Car: Companion to Applied Regression. Available from <http://cran.r-project.org/web/packages/car/index.html> (R package version 2.0–18).
- Heathcote, A., Popiel, S. J., & Mewhort, D. J. K. (1991). Analysis of Response Time Distributions: An Example Using the Stroop Task. *Psychological Bulletin*, 109, 340–347.
- Hocking, R. R. (1996). *Methods and applications of linear models. Regression and the analysis of variance*. New York: Wiley.
- Hockley, W. E. (1984). Analysis of response time distributions in the study of the cognitive processes. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 6, 598–615.
- Hohle, R. H. (1965). Inferred components of reaction time as functions of foreperiod duration. *Journal of Experimental Psychology*, 69, 382–386.
- Jaeger, T. F. (2008). Categorical Data Analysis: Away from ANOVAs (transformation or not) and towards Logit Mixed Models. *Journal of Memory and Language*, 59, 434–446.
- Lachaud, C. M., & Renaud, O. (2011). A tutorial for analyzing human reaction times: How to filter data, manage missing values, and choose statistical model. *Applied Psycholinguistics*, 32, 389–416.
- Luce, R. (1986). *Response times*. New York: Oxford University Press.
- MacDonald, S. W., Nyberg, L., Sandbloom, J., Fischer, H., & Bäckman, L. (2008). Increased Response-time Variability is Associated with Reduced Inferior

- Parietal Activation during Episodic Recognition in Aging. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 20, 779–786.
- Maronna, R., Martin, D., & Yohai, V. (2006). *Robust statistics: Theory and methods*. New York: Wiley.
- Mead, R. (1988). *The design of experiments*. New York: Cambridge University Press.
- Mollon, J. D., & Perkins, A. J. (1996). Errors of judgment at Greenwich in 1796. *Nature*, 380, 101–102.
- Moskowitz, H., & Fiorentino, D. (2000). *A Review of the Literature on the Effects of Low Doses of Alcohol on Driving-Related Skills* (Report DOT HS 809 028). Washington: National Highway Traffic Safety Administration, Department of Transportation.
- Neyman, J., & Pearson, E. S. (1933). On the problem of the most efficient tests of statistical hypotheses. *Transactions of the Royal Society of London Series A*, 231, 289–337.
- Pachella, R. G. (1974). The interpretation of reaction time in information-processing research. In B. H. Kantowitz (Ed.), *Human Information Processing: Tutorials in performance and cognition* (pp. 41–82). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Pinheiro, J. C., & Bates, D. M. (2000). *Mixed-effects models in S and S-PLUS*. New York: Springer.
- Raaijmakers, J., Schrijnemakers, J., & Gremmen, F. (1999). How to deal with 'the language as fixed effect fallacy': common misconceptions and alternative solutions. *Journal of Memory and Language*, 41, 416–426.
- Ratcliff, R. (1978). A theory of memory retrieval. *Psychological Review*, 85, 59–108.
- Ratcliff, R. (1979). Group reaction time distributions and an analysis of distribution statistics. *Psychological Bulletin*, 86, 446–461.
- Ratcliff, R. (1981). A theory of order relations in perceptual matching. *Psychological Review*, 88, 552–572.
- Ratcliff, R. (1993). Methods for dealing with reaction time outliers. *Psychological Bulletin*, 114, 510–532.
- Ratcliff, R., & Murdock, B. B. (1976). Retrieval processes in recognition memory. *Psychological Review*, 83, 190–214.
- Ratcliff, R., Van Zandt, T., & McKoon, G. (1999). Connectionist and Diffusion Models of Reaction Time. *Psychological Review*, 106, 261–300.
- Robinson, M. D., & Tamir, M. (2005). Neuroticism as mental noise: A relation between neuroticism and reaction time standard deviations. *Journal of Personality and Social Psychology*, 89, 107–114.
- Salthouse, T. A., & Hedden, T. (2002). Interpreting reaction time measures in between-group comparison. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 24, 858–872.

- Schwarz, W. (2001). The ex-Wald distribution as a descriptive model of response time. *Behavior Research Methods, Instruments and Computers*, 33, 457–469.
- Townsend, J. T. (1992). On the proper scale for reaction time. In H. G. Geissler, S. W. Link, & J. T. Townsend (Eds.), *Cognition, information processing, and psychophysics: Basic issues* (pp. 105–120). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Tukey, J. W. (1957). The comparative anatomy of transformations. *Annals of Mathematical Statistics*, 28, 602–632.
- Ulrich, R., & Miller, J. L. (1994). Effects of truncation on reaction time analysis. *Journal of Experimental Psychology: General*, 123, 34–80.
- Van Zandt, T. (2000). How to fit a response time distribution. *Psychonomic Bulletin & Review*, 7, 424–465.
- Van Zandt, T. (2002). Analysis of response time distributions. In J. Wixted & H. Pashler (Eds.), *Stevens' handbook of experimental psychology, volume 4: Methodology in experimental psychology* (pp. 461–516). New York: Wiley.
- Venables, B., & Ripley, B. (2002). MASS: Support Functions and Datasets for Venables and Ripley's MASS. Available from <http://cran.r-project.org/web/packages/MASS/index.html> (R package version 7.3–27).
- Welford, A. T. (1977). Motor performance. In J. E. Birren & K. W. Shale (Eds.), *Handbook of the psychology of aging* (pp. 450–496). New York: Van Nostrand Reinhold.
- Whelan, R. (2008). Effective analysis of reaction time data. *The Psychological Record*, 58, 475–482.
- Wilcox, R. R. (1998). How many discoveries have been lost by ignoring modern statistical methods? *American Psychologist*, 53, 300–314.
- Wilcox, R. R. (2005). *Introduction to robust estimation and hypothesis testing*. Reading, MA: Academic Press.

**Jelena Radanović**

Department of  
Psychology, Faculty  
of Philosophy,  
University of Novi  
Sad

**Nemanja Vaci**

University Center for  
Applied Statistics,  
Novi Sad

**ANALYSIS OF REACTION TIMES USING  
MIXED-EFFECTS MODELS**

The aim of this article is to illustrate the modeling of response times using linear mixed-effects model technique, offered as an alternative to standard analyses from the general linear models family. Characteristics of response times, used as the main dependent variable in many psychological experiments, are analyzed in detail. This measure often does not meet the statistical prerequisites of various parametric analyses in which it is used, such as the normality of distribution, independence of observations and the homogeneity of variance. Various transformations and complex statistical procedures, linear mixed modeling being one, are used in those situations. A specific advantage of the analysis used in this research is its ability to model random effects, for example, of participants and stimuli. This way, additional sources of response times variability are accounted for and the findings become generalizable to other objects of research. The same is made difficult for analyses in the general linear models family because of the use of values averaged over participants and/or stimuli and  $F_1 \times F_2$  testing procedure. Models with different degrees of complexity are compared in this research using fit indices, to test whether the introduction of additional parameters in model is warranted. Finally, a model criticism is offered, confirming its suitability for the data used.

**Keywords:** reaction times, data transformation, linear mixed-effects models